LA GEOMETRIE PRATIQUE, CONTENANT LA TRIGONOMETRIE THEORIQUE...

Bussierre

Digitized by Google

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
31 C
38

Digitized by Google

Digitized by Google

12-21-L-32

LA GEOMETRIE PRATIQUE,

CONTENANT

LA TRIGONOMETRIE THEORIQUE & Pratique, la LONGIMETRIE, la PLANIMETRIE, & la STEREOMETRIE.

PAR DE NOUVELLES Demonſtrations tres-courtes & tres-faciles, & de nouveaux abregez pour meſurer exactement les Plans & les Solides.

Par M. OZANAM *Profeſſeur en Mathematique.*

Seconde Edition reveuë, corrigée & augmentée.

A PARIS,
L'AUTEUR, ruë du Colombier, prés l'Hôtel de Béziers.
Chez ET
ESTIENNE MICHALLET, S. Jacques, à l'Image S. Paul.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

M. DC. LXXXIX.
Avec Privilege du Roy.

Digitized by Google

AU LECTEUR.

CE Livre ayant esté composé principalement en faveur de ceux qui aiment plus la pratique que la theorie, je n'ay pas voulu y ajoûter une grande quantité de demonstrations tres-di[illegible] pour ne pas dégoû[illegible] mediocrement versez dans les Mathematiques : Mais comme ce traité ne doit pas aussi estre tout-à-fait sans demonstrations, pour ne pas oster à ceux qui se serviront des regles de ce Livre, le plaisir de sçavoir la raison de ce qu'ils font ; j'ay pris un milieu entre ces deux extremitez, c'est-à-dire que j'ay donné des demonstrations les plus courtes & les plus simples qu'il m'a esté possible, dans les endroits seu-

BIBLIOTECA NAZ ROMA VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

Ve 31 C 38

AU LECTEUR.

I'ay trouvé à propos, les ayant omises en plusieurs autres, où la démonstration estoit facile à trouver & se donnoit d'elle-même, & où elle ne pouvoit estre que fort longue. I'ay separé les Theorêmes d'avec les Problémes, pour la satisfaction de ceux qui ne se soucient que de la pratique, aussi-bien que de ceux qui aiment la theorie & la pratique tout ensemble, qu'ils trouveront par ordre chacune dans son lieu.

Digitized by Google

TRAITE'
DE
L'GEOMETRIE

LA Geometrie, quoy-que ce mot Grec ne signifie que mesure de terre, est la science de la quantité continuë, c'est-à-dire des Lignes, des Plans & des Solides; ce qui fait qu'on la divise ordinairement en trois parties, qui sont la *Longimetrie*, la *Planimetrie*, & la *Stereometrie*, ausquelles nous ajoûterons la *Trigonometrie Rectiligne*, que nous mettrons la premiere, parce qu'elle est le fondement des trois autres. Mais auparavant que de commencer, nous

Digitized by Google

emprunterons quelque choſe de la Geometrie ſpeculative, ſans laquelle la Geometrie Pratique ne ſçauroit eſtre bien entenduë.

DES PRINCIPES de Geometrie en general.

IL y a trois genres de Principes Mathematiques, les *Definitions*, les *Demandes*, & les *Axiomes*, qu'on nomme ordinairement *communes Notions de l'eſprit.*

Les *Definitions* ſont l'explication des mots & des termes neceſſaires pour entendre les choſes dont on [illegible] ter. Ainſi pour bien entendre la Geometrie, on doit premierement ſçavoir ce que c'eſt que *Triangle*, que *Cercle*, &c.

Les *Demandes* ſont des pratiques tellement faciles d'elles-meſmes, qu'elles n'ont beſoin d'aucun precepte pour les apprendre. Comme de *tirer une ligne d'un point à un autre point*, ou de *prolonger une ligne ſi loin que l'on voudra*, ou bien de *décrire un cercle de quelque point que ce ſoit*, & de

telle grandeur que l'on voudra.

Les *Axiomes* ou *Maximes* ſont des propoſitions tellement évidentes d'elles-mêmes, qu'on ne les peut nier ſans dementir les ſens & la raiſon. Ainſi il n'y a perſonne qui ne voye bien que *le tout eſt plus grand que ſa partie.*

De ces trois ſortes de principes naiſſent les *Hypotheſes*, les *Problemes*, les *Theoremes*, les *Corollaires*, les *Lemmes*, & les *Scolies*.

Hypotheſe eſt une ſuppoſition de ce qui n'eſt pas pour ce qui peut eſtre. Ainſi il n'eſt pas neceſſaire que l'hypotheſe ſoit veritable, mais il ſuffit qu'elle ſoit poſſible. D'où il ſuit que ſur un meſme ſujet on peut faire pluſieurs differentes hypotheſes. Ainſi une meſme ligne peut eſtre priſe tantoſt pour droite, & tantoſt pour courbe, parce qu'elle peut eſtre telle.

Les *Problêmes* ſont des propoſitions qui tendent à la pratique. Comme de diviſer une ligne terminée en deux également.

Theoreme c'eſt une propoſition, qui exprime les proprietez d'une choſe. Comme quand on dit qu'un triangle

Digitized by Google

aura deux angles égaux lors qu'il aura deux costez égaux.

Corollaire c'est une consequence tirée de ce qui a esté fait ou démontré. Comme quand du Theoreme precedent on conclud qu'un triangle équilateral est équiangle.

Lemme c'est une proposition qui sert pour la demonstration d'un Theoreme, ou pour la pratique d'un Probleme.

Scolie c'est une remarque faite seulement comme en passant sur quelque discours.

DES PRINCIPES de Geometrie en particulier.

DEFINITIONS.

1. *LE point Mathematique* est ce qui n'a aucunes parties, & qui par consequent ne peut estre conceu que par l'entendement. Comme l'on s'imagine que la *Ligne* est causée par le mouvement du *Point* : Il s'ensuit que

2. *La Ligne* est une longueur sans

Digitized by Google

largeur, dont les extremitez ſont des points : car puis qu'elle commence par un point, elle doit finir auſſi par un point.

3. Si le point Mathematique en ſe mouvant ne va pas plus d'un coſté que de l'autre, alors la ligne qu'il décrit par ſon mouvement, ſe nomme *Ligne droite*. Comme l'on s'imagine que la *Surface* eſt produite par le mouvement de la *Ligne* : Il s'enſuit que

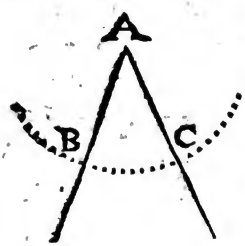
4. La *Surface* eſt ce qui a longueur & largeur tant ſeulement, dont les extremitez ſont des *Lignes* : car puis qu'elle commence par une ligne, elle doit finir auſſi par une ligne du coſté oppoſé à celuy d'où elle a commencé ; il en eſt de meſme des autres coſtez, parce que les extremitez de la ligne, qui par ſon mouvement a produit cette ſurface, étant des points, ces points ne peuvent faire que des lignes par leur mouvement.

5. Si l'on conçoit qu'une ligne droite ſe meuve ſans s'incliner ny ſans s'élever plus d'un coſté que de l'autre, alors la Surface qu'elle décrit par ce

mouvement, ſe nomme *Surface plane*, ou *Plan*. Comme par le mouvement de la *Surface* on s'imagine que le *Solide* eſt produit : Il s'enſuit que

6. Le *Solide*, ou *Corps* eſt ce qui a longueur, largeur & hauteur ou profondeur, dont les extremitez ſont des *Surfaces* : car puis qu'il commence par une Surface, il doit finir auſſi par une Surface du coſté oppoſé à celuy d'où elle a commencé; il en eſt de meſme des autres coſtez, parce que les extremitez de la Surface, qui par ſon mouvement a produit ce Corps, étant des lignes, ces lignes ne peuvent faire que des Surfaces par leur mouvement.

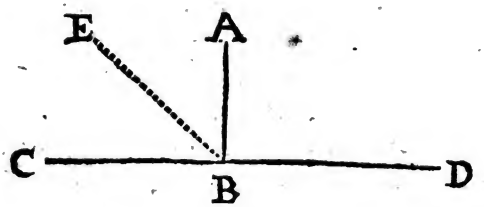
7. *Angle plan* c'eſt l'inclination de deux lignes ſur un meſme Plan, leſquelles ſe rencontrant en un point ne ſont pas une même ligne droite, comme BAC, qu'on pourroit exprimer par la ſeule lettre A, parce que dans ce point A il ne ſe forme qu'un ſeul an-



gle, qui ſe nomme *Rectiligne*, lorſque les deux lignes A B, A C, qui le compoſent, ſont droites.

8. *Angle ſolide* c'eſt la rencontre de trois ou de pluſieurs Plans, qui ſe coupent en un meſme point.

9. Une ligne eſt dite *Perpendiculaire* à une autre ligne, lors qu'elle la coupe par des angles égaux de part & d'autre, leſquels à cauſe de cela ſont appellez *Droits*. Ainſi on connoiſt que la ligne A B eſt perpendiculaire à la ligne CD, parce qu'elle fait avec elle des angles égaux & droits ABC, ABD.



10. Lors qu'un angle eſt moindre qu'un droit, il ſe nomme *aigu*, comme C B E, & quand il eſt plus grand qu'un droit, il s'appelle *obtus*, comme E B D.

11. *Figure* c'eſt ce qui eſt fermé de tous coſtez : d'où il ſuit qu'un angle

n'eſt pas une figure.

12. *Figures Rectilignes* ſont celles qui ſont compriſes par des lignes droites, dont celle ſe nomme de trois coſtez, ou *Triangle*, qui eſt contenuë de trois lignes droites ; & de quatre coſtez, ou *Quadrangle*, celle qui eſt compriſe de quatre lignes droites;& de pluſieurs coſtez, ou *Polygone*, celle qui eſt compriſe de plus de quatre lignes droites.

13. Des figures de trois coſtez, celle qui a les trois coſtez égaux, ſe nomme *Triangle équilateral*, celle qui a deux coſtez ſeulement égaux, ſe nomme *Triangle iſoſcele*. Et celle qui a les trois coſtez inégaux, ſe nomme *Triangle ſcalene*.

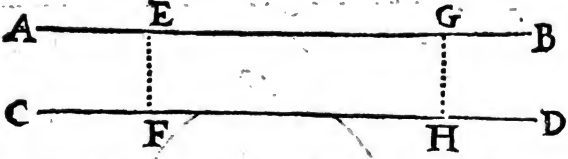
14. Ces meſmes Triangles prennent à raiſon de leurs angles d'autres denominations ; celuy-là s'appellant *Oxygone*, qui a tous les angles aigus : *Amblygone*, celuy qui a un angle obtus ; & *Rectangle*, celuy qui a un angle droit, dont le plus grand coſté qui eſt oppoſé à l'angle droit, ſe nomme *Hypotenuſe*.

15. Des figures de quatre coſtez, celle qui a tous les coſtez égaux, & tous les angles droits, ſe nomme *Quar-*

Digitized by Google

ré, dont la ligne qui passe par les deux angles opposez, se nomme *Diagonale*. Celle qui a bien tous les angles droits, mais qui n'a pas tous les costez égaux, s'appelle *Quarré Long*. Celle qui a bien tous les costez égaux, mais qui n'a pas les angles droits, se nomme *Rhombe*. Celle qui n'a pas les angles droits, mais seulement les costez opposez égaux, se nomme *Rhomboïde*. Toute autre figure qui n'est pas de la qualité des precedentes, se nomme *Trapeze*.

16. *Lignes paralleles* sont celles qui estant prolongées de part & d'autre à

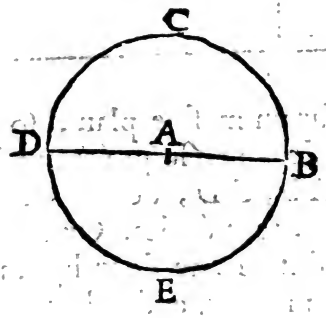


l'infini sur un mesme plan, sont toûjours également éloignées entr'elles, comme A B, C D, dont les distances E F, G H, sont égales. Or nous prenons la distance de deux lignes paralleles par une perpendiculaire tirée entre ces deux lignes, comme estant la plus courte de toutes celles qu'on peut tirer entre ces mesmes lignes. D'où il

ſuit que *toutes les perpendiculaires tirées entre deux paralleles ſont égales entre elles*. Ce que je viens de dire des lignes paralelles, le meſme ſe doit entendre des *Plans paralleles*.

17. *Parallelograme* c'eſt une figure de quatre coſtez, dont les lignes oppoſées ſont paralleles entr'elles. Tels ſont le *Quarré*, le *Quarré-long* ou *Barlong*, le *Rhombe*, & le *Rhomboïde*.

18. *Cercle* c'eſt une figure plane cauſée par le mouvement achevé d'une ligne droite ſur un Plan alentour d'un point fixe. Comme ſi on fait mouvoir par penſée la ligne A B alentour du



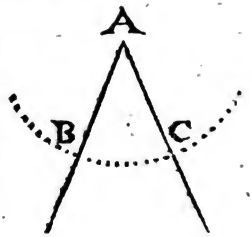
point immobile A, depuis B vers C juſqu'à ce qu'elle retourne en B, le

plan qui ſe trouve terminé par la ligne courbe B C D E, ſe nomme *Cercle*, & cette courbe s'appelle *Circonference*. La ligne A B s'appelle *Rayon*, ou *Demidiametre*, & le point fixe A ſe nomme *Centre* du cercle.

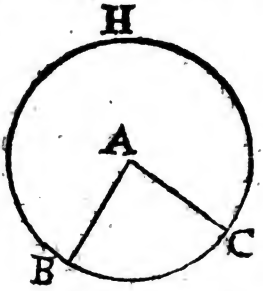
19. On diviſe ordinairement la circonference du cercle en 360 parties égales appellées *Degrés*, & chaque degré ſe diviſe en 60 autres parties égales appellées *Minutes*, & chaque minute ſe diviſe en 60 autres parties égales plus petites qu'on appelle *Secondes*, & ainſi en ſuite. Cette diviſion ſert principalement pour determiner la quantité d'un angle : car

20. *La meſure d'un angle rectiligne* ce ſont les degrez d'une partie de la circonference d'un cercle quelconque décrit de ſa pointe, compris entre les lignes de cet angle. Ainſi pour déterminer la quantité de l'angle rectiligne B A C, on décrira de ſa pointe A une circonference de cercle quelconque B C, & l'arc B C compris entre les lignes A B, A C, ſera la meſure de l'angle A, de ſorte que ſi cet arc B C eſt par exemple de 20 degrez, on dira

que l'angle A eſt de 20. degrez. Si l'on avoit décrit de la meſme pointe A un cercle plus grand ou plus petit, l'arc de ce cercle compris entre les meſmes lignes A B, A C, ſeroit toûjours de 20 degrez, car il eſt bien évident que ſi on tire du centre A par les 20 diviſions de l'arc B C des lignes droites, elles diviſeront cet autre arc en 20 parties, qui en repreſenteront 20 degrez.



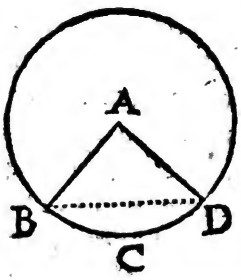
21. *Secteur* de ce cercle c'eſt une partie du cercle terminée par deux Rayons qui ne font pas une meſme ligne droite, & par une partie de la circonferen-



ce, comme ABC. Il eſt évident que ſi

les Rayons A B, A C, faiſoient une meſme ligne droite, le ſecteur deviendroit un demi-cercle, & qu'ainſi un ſecteur de cercle eſt neceſſairement plus grand ou plus petit qu'un demi-cercle.

22. *Segment* de cercle, c'eſt une partie du cercle, terminée par une ligne droite qui ne paſſe pas par le centre, & par une partie de la circonference, comme B D C. Il eſt évident que ſi la ligne B D paſſoit par le centre, en ſorte qu'elle fût un diametre, le ſegment deviendroit un demi-cercle, & qu'ainſi un ſegment de cercle eſt neceſſairement plus grand ou plus petit qu'un demi-cercle.

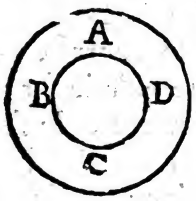


23. *Polygone regulier* c'eſt une figure plane rectiligne de plus de quatre côtez, dont les angles & les coſtez ſont égaux. Elle eſt inſcriptible dans un cercle, dont le centre eſt le même que celuy du Polygone, qu'on appelle

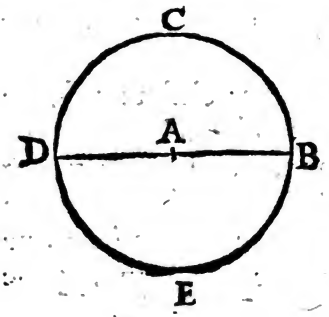
Pentagone, quand il a cinq coſtez, *Exagone* quand il en a ſix, *Eptagone* quand il en a ſept, *Octogone* quand il en a huit, *Enneagone* quand il en a neuf, *Decagone* quand il en a dix, *Endecagone* quand il en a onze, & *Dodecagone* quand il en a douze.

24. *Polygone irregulier* c'eſt une figure plane rectiligne, dont tous les angles ne ſont pas égaux.

25. *Couronne* c'eſt une ſurface plane terminée par les circonferencesde deux cercles concentriques, ou qui ont un meſme centre, comme A B C D.



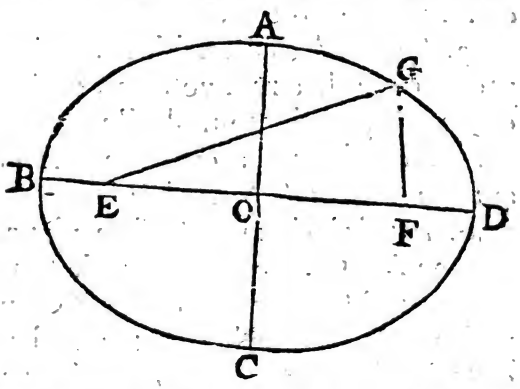
26. *Sphere*, ou *Globe*, c'eſt un ſolide qui eſt produit par le mouvement achevé d'un demi-cercle alentour de ſon diametre, lequel à cauſe de cela eſt appellé *Aiſſieu*



de la Sphere. Comme ſi alentour du diametre immobile B D, on fait mouvoir par penſée le demi-cercle B D C, l'eſpace que ce demi-cercle parcourra par ſon mouvement achevé, eſt appellé *Sphere*, dont le *centre* A & le *diametre* B D eſt le meſme que celuy du demi-cercle generateur.

27. *Zone* c'eſt une partie de la ſurface d'une ſphere, terminée par deux cercles égaux, & paralleles entre eux: telle eſt cette partie de terre qu'on appelle *Zone torride*, qui eſt terminée par les deux Tropiques.

28. *Ovale Mathematique*, ou *Ellipſe*, c'eſt une figure plane plus longue que



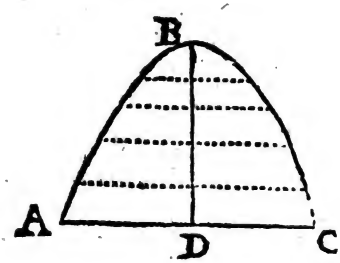
large, terminée par une ſeule ligne

courbe, comme A B C D, au dedans de laquelle il y a ſur la ligne B D, qui en repreſente la longueur, & qu'on nomme *le grand axe*, deux points E,F, également éloignez du *centre* O, milieu de l'axe BD, leſquels on nomme *Foyers*, deſquels tirant à un point quelconque G, de la circonference A B C D, les droites E G, F G, leur ſomme E G F eſt préciſément égale au grand axe BD. Toutes les lignes tirées par le centre O & terminées de part & d'autre à la circonference, ſont appellées *Diametres*, dont la plus courte A C, qui repreſente la largeur de l'Ellipſe, ſe nomme *petit axe*, qui eſt toûjours perpendiculaire au grand B D.

29. *Spheroïde* c'eſt un ſolide, qui eſt produit par la circonvolution entiere d'une Ellipſe alentour de l'un de ſes deux axes, lequel à cauſe de cela eſt appellé *Aiſſieu du Spheroïde.*

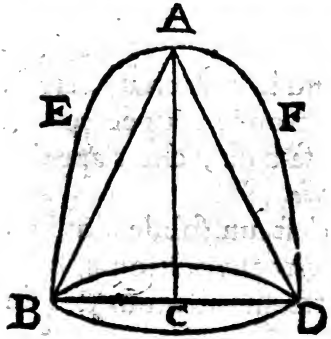
30. *Parabole* c'eſt une ſurface plane, comme A B C, terminée par la ligne courbe A B C, & par la droite A C appellée *Baſe*, à laquelle tirant au dedans de la Parabole autant de paralleles que l'on voudra, elles ſont toutes diviſées

en deux également par le diametre BD, qui diviſe la baſe A C auſſi en deux également, & qu'on nomme *Axe*, quand il eſt perpendiculaire à toutes



ces paralleles, qu'on appelle *Ordonnées*, & dont les quarrez ſont proportionels aux parties correſpondantes du diametre B D, en les prenant depuis le *ſommet* B.

31. *Paraboloïde* c'eſt un ſolide produit par la circonvolution entiere d'une Parabole alentour de ſon axe, lequel à cauſe de cela eſt appellé



Aiſſieu du Paraboloïde. Il eſt bien évident que la *baſe* de ce Paraboloïde eſt un cercle, dont le diametre eſt le meſme que la baſe B D de la Parabole, & que la *hauteur* A C eſt égale à l'axe de la meſme Parabole. Vous prendrez garde que nous entendons pour la *hauteur* d'une figure, une ligne droite tirée de ſon ſommet à angles droits ſur ſa baſe prolongée quand il en ſera beſoin.

32. *Pyramide* c'eſt un ſolide terminé en pointe par une ou pluſieurs ſurfaces décrites par le mouvement d'une ligne droite, qui ſe meut alentour d'un point fixe tout le long de la circonference d'un plan appellé *Baſe de la Pyramide*. Ce point fixe ſe nomme *pointe de la Pyramide*, qu'on appelle *Tetraëde*, quand elle eſt compriſe par 4. triangles égaux équilateraux, mais on l'appelle *Cone*, quand ſa baſe eſt un cercle, & quand elle ſe trouve coupée par un plan parallele à ſa baſe, elle s'appelle *Pyramide tronquée*.

33. *Cylindre* c'eſt un ſolide, qui eſt produit par la circonvolution entiere d'un parallelogramme alentour de l'un

Digitized by Google

de ſes coſtez, lequel à cauſe de cela eſt appellé *Aiſſieu du Cylindre.*

34. *Cube*, ou *Exaëdre*, c'eſt un ſolide terminé par ſix quarrez égaux.

35. *Priſme* c'eſt un ſolide qui eſt produit par le mouvement en ligne droite d'un plan parallele, égal, & ſemblable à un autre plan, qui ſert de baſe à ce Priſme : & quand ce même plan eſt un paralellogramme, le Priſme ſe nomme *Parallelepipede.*

36. *Corps regulier* c'eſt un ſolide inſcriptible dans une ſphere, & terminé par des ſurfaces égales, équilaterales, & équiangles. Il y en a ſeulement de cinq ſortes, le *Tetraëdre*, dont nous avons déja donné la definition, l'*Exaëdre*, dont nous avons auſſi donné la définition ; *l'Octaëdre*, qui eſt terminé par huit triangles égaux équilateraux ; le *Dodecaëdre*, qui eſt terminé par douze pentagones égaux reguliers ; & l'*Icoſaëdre*, qui eſt terminé par vingt triangles égaux équilateraux.

AXIOMES.

1. Si à des quantitez égales on ajoû-

Digitized by Google

te des quantitez égales, les *ſommes* ſeront égales.

2. Si des quantitez égales on ôte des quantitez égales, les *differences* ſeront égales.

3. Si on multiplie des quantitez égales par des quantitez égales, les *produits* ſeront égaux.

4. Si on diviſe des quantitez égales par des quantitez égales, les *quotiens* ſeront égaux.

5. Les quantitez égales à une meſme quantité, ſont égales entre elles.

6. Tous les angles droits ſont égaux entre eux, & chacun eſt de 90. degrez.

THEOREMES.

1. Dans un triangle rectiligne, la ſomme des trois angles eſt de 180 degrez, & l'un des coſtez eſtant prolongé, l'angle exterieur eſt égal à la ſomme des deux interieurs oppoſez, *par* 32. 1.

2. Dans un triangle rectiligne rectangle, le quarré de l'hypotenuſe eſt égal à la ſomme des quarrez des deux autres coſtez, *par* 47. 1.

Digitized by Google

3. Si dans un triangle rectiligne le quarré de l'un des coſtez eſt égal à la ſomme des quarrez des deux autres coſtez, l'angle oppoſé à ce premier coſté ſera droit, *par* 48. 1.

4. Si deux coſtez d'un triangle ſont égaux, les angles oppoſez à ces deux coſtez ſeront auſſi égaux, *par* 5. 1.

5. Si deux angles d'un triangle ſont égaux, les coſtez oppoſez à ces deux angles, ſeront auſſi égaux *par* 6. 1.

6. Dans tout triangle le plus grand coſté eſt oppoſé au plus grand angle, *par* 18. 1. & le plus grand angle eſt oppoſé au plus grand coſté, *par* 19. 1.

PROBLÆMES.

Nous donnerons ſeulement icy les Problemes qui ſont abſolument neceſſaires pour travailler ſur le papier & ſur le terrain.

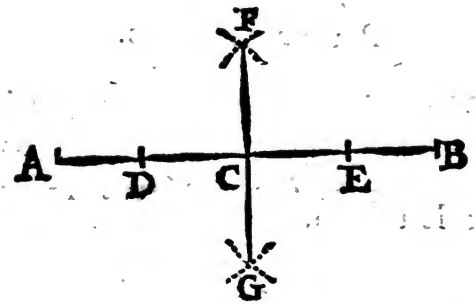
BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

PROBLEME. I.

Tirer par un point donné à une ligne donnée une perpendiculaire.

LE point donné peut eſtre dans la ligne donnée, à l'une des extremitez de la ligne, ou hors de la ligne donnée. Nous reſoudrons chacun de ces trois cas.

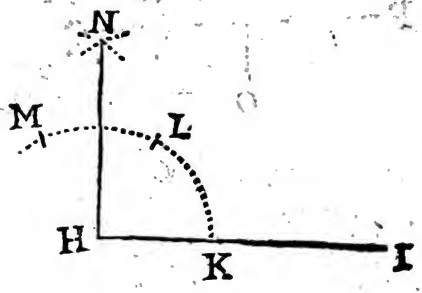
Pour tirer premierement par le point donné C ſur la ligne donnée A B une



perpendiculaire, prenez à volonté depuis le point donné C, de part & d'autre ſur la ligne donnée A B, les diſtances égales C D, C E, & décri-

vez des deux points D, E, avec une ouverture volontaire du compas, qui ſoit égale, mais plus grande que C D, ou que C E, deux arcs, qui s'entrecoupent icy aux deux points F, G, par leſquels vous menerez la droite F G, qui paſſera par le point donné C, & ſera perpendiculaire à la ligne propoſée A B.

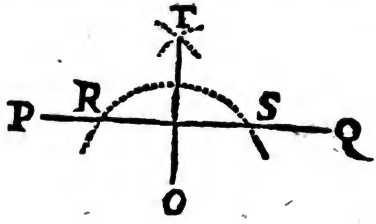
Pour tirer par l'extremité H de la ligne donnée H I, une perpendiculaire, décrivez de l'extremité donnée



H avec une ouverture volontaire du compas, mais moindre que la ligne donnée H I, une circonference de cercle K L M, qui coupe la ligne donnée H I au point K. Portez la meſme ou-

verture du compas ſur l'arc K L M, depuis K en L, & depuis L en M. Décrivez des deux points L, M, avec la meſme ouverture du compas, ſi vous voulez, deux arcs qui ſe coupent icy au point N. Enfin tirez la droite H N, qui ſera la perpendiculaire qu'on cherche.

Pour tirer par le point donné O, hors de la ligne donnée P Q, une per-



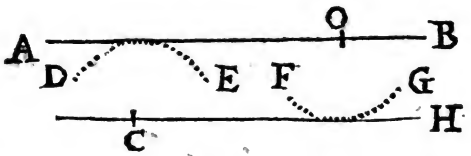
pendiculaire, décrivez à diſcretion du point donné O, une circonference de cercle, qui coupe la ligne donnée en deux points, comme R, S. Décrivez des deux points R, S, avec une ouverture volontaire du compas, mais égale, deux arcs qui ſe coupent icy au point T. Enfin tirez la ligne O T, qui ſera perpendiculaire à la ligne propoſée P Q.

PROBLEME

PROBLEME II.

Tirer par un point donné à une ligne donnée une paralelle.

POur tirer par le point donné C à la ligne donnée A B une paralelle, décrivez de ce point donné C l'arc



D E, qui raze la ligne donnée A B. Décrivez avec la meſme ouverture du compas, du point O pris à diſcretion ſur la ligne donnée A B, l'arc F G. Tirez par le point donné C la droite C H, laquelle razant l'arc F G ſera paralelle à la ligne propoſée A B.

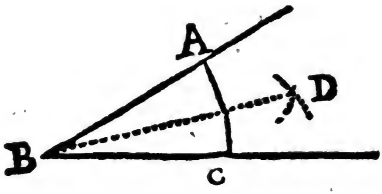
Quoy-que cette methode ſoit mechanique, elle eſt neanmoins excellente pour la pratique, c'eſt pourquoy nous ne nous amuſerons pas à en donner une autre.

Digitized by Google

PROBLEME III.

Diviſer un arc, & l'angle qu'il meſure en deux également.

POur diviſer l'arc A C, ou ſon angle A B C, en deux également, décrivez des deux extremitez A, C, avec une ouverture volontaire du compas,



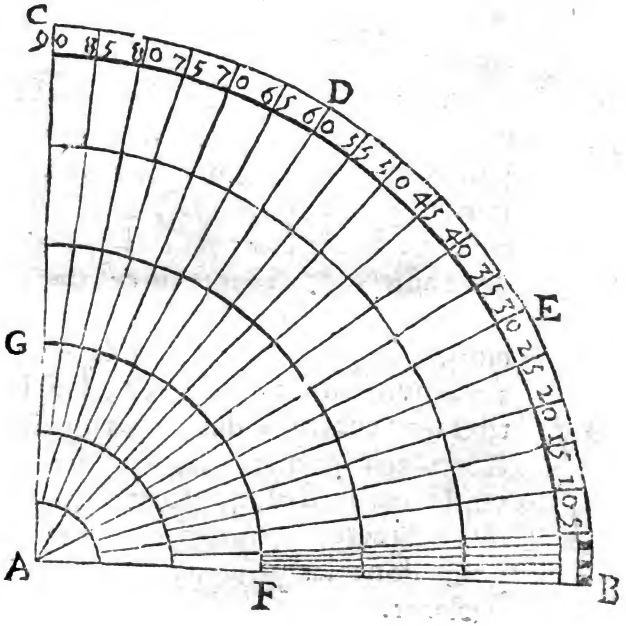
mais egale, deux arcs, qui ſe coupent icy au point D. Tirez la droite B D, qui diviſera l'arc A C, & ſon angle A B C, en deux également.

Digitized by Google

PROBLEME IV.

Diviſer un Quart de cercle en ſes 90. degrez.

AYant tiré la ligne A B d'une longueur volontaire, décrivez de ſon extrémité A par l'autre extremité



B, l'arc B C, & portez la même ouverture du compas sur l'arc B C, depuis B, en D. Puis ayant divisé l'arc B D en deux également au point E, portez sa moitié D E sur le mesme arc B C, depuis D en C, & vous aurez le quart de cercle terminé B C, que vous diviserez en les 90 degrez par le moyen de ce petit vers,

In tres, in binas, in tres, in quinque secato.

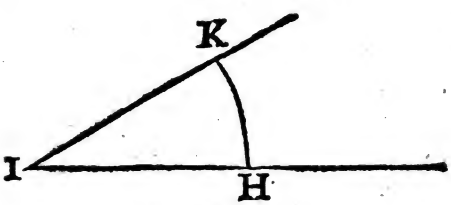
Dont le sens est tel. Divisez premierement le quart de cercle B C en trois parties égales, comme il se trouve déja divisé aux points D, E. Divisez chacune de ces trois parties égales en deux autres, & chacune de ces deux en trois, & enfin chacune de ces trois en cinq, & le quart de cercle B C se trouvera divisé en ses 90 degrez, d'où l'on tirera au centre A des lignes droites, & on achevera le reste comme l'on void dans la figure, pour rendre ce quart de cercle propre à plusieurs usages, dont les principaux seront icy declarez.

Digitized by Google

PROBLEME V.

Connoiſtre de combien de degrez eſt un angle proposé.

POur connoiſtre de combien de degrez eſt l'angle propoſé H I K, décrivez avec l'ouverture de l'un des demi-diametres des cercles décrits dans le quart de cercle precedent, comme avec l'ouverture du demi-diametre A F



du cercle F G, de la pointe I l'arc H K, & portez cet arc H K ſur le meſme cercle F G, & le nombre des degrez qui ſe trouveront entre les pointes du compas, donnera la quantité de l'arc H K, & par conſequent de l'angle I.

Ou bien tranſportez le quart de cer-

cle ſur le triangle H I K, en ſorte que ſon centre A convienne avec la pointe I, & la ligne A B avec la ligne I H, & alors la ligne I K prolongée s'il en eſt beſoin, donnera ſur le quart de cercle B C le nombre des degrez de l'angle propoſé H I K.

Si vous voulez vous ſervir du compas de proportion, ayant décrit de la pointe I l'arc H K avec une ouverture volontaire du compas, portez cette meſme ouverture ſur la ligne des cordes de 60 à 60, & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, vous y porterez ſur les meſmes cordes l'arc H K, & le nombre égal des degrez où cette ouverture s'accordera de part & d'autre, donnera la quantité de l'arc H K, ou de ſon angle H I K.

Scolie.

On peut par une operation toute contraire, faire au point d'une ligne donnée un angle d'autant de degrez que l'on voudra, ou bien prendre ſur la circonference d'un cercle donné un arc, dont le nombre des degrez eſt preſcrit. Comme s'il eſt propoſé de

Digitized by Google

faire au point I de la ligne donnée I H un angle de 30 degrez, décrivez du point I l'arc H K, comme auparavant, & ayant pris sur le mesme cercle F G l'ouverture de 30 degrez, portez-la sur l'arc H K depuis H en K, & menez la droite I K, pour avoir en I un angle de 30 degrez.

Ou bien appliquez le centre A de vostre quart de cercle sur le point I, en sorte que la ligne A B convienne avec la ligne I H; & le quart de cercle demeurant ainsi arrété, marquez un point sur vôtre papier vis à vis le 30 degré du quart de cercle B C, & tirez par ce point au point donné I la droite I K, qui fera en I avec la ligne proposée I H un angle de 30 degrez.

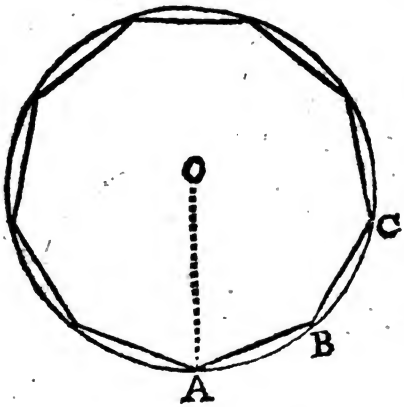
Ayant à vous servir du compas de proportion, décrivez du point donné I l'arc H K d'une ouverture volontaire, que vous porterez sur les cordes de 60 à 60, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur les mesmes cordes la distance de 30 à 30, si vous voulez un angle de 30 degrez, & la portez sur l'arc H K, comme auparavant.

perpendiculaire à la meſme ligne donnée A B. Faites de deux points D, B, avec l'ouverture de la ligne donnée A B, deux arcs qui ſe coupent icy au point E, & menez les droites B E, D E.

PROBLEME VII.

Décrire un Polygone regulier dans un cercle donné.

POur décrire un Polygone dans le cercle donné A B C, dont le demi-



diametre eſt A O, prenez avec un compas de proportion ou autrement, l'arc A B, d'autant de degrez qu'en doit avoir l'angle du centre du Polygone, ſçavoir de 72 degrez pour un Pentagone, de 60 pour un Exagone; de 51. 26. pour un Eptagone, &c. & la corde A B ſera le coſté du Polygone qu'on cherche.

L'angle du centre d'un Polygone ſe trouve en diviſant 360 degrez par le nombre des coſtez du Polygone, ſçavoir par 5 pour un Pentagone, par 6 pour un Exagone, par 7 pour un Eptagone, &c.

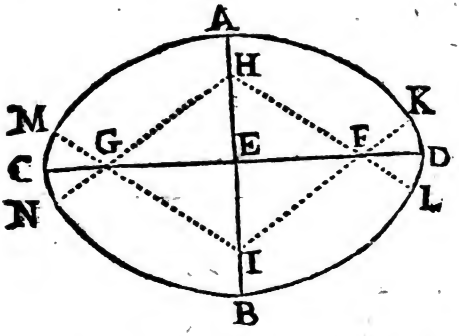
Si vous voulez vous ſervir du compas de proportion, accommodez le rayon A O de 6 à 6 ſur la ligne des Polygones, & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la meſme ligne des Polygones l'ouverture de 5 à 5 pour un Pentagone, de 7 à 7 pour un Eptagone, de 8 à 8 pour un Octogone, &c. & cette ouverture donnera le coſté du Polygone qu'on cherche.

Digitized by Google

PROBLEME VIII.

Alentour de deux diametres donnez décrire une ovale commune.

NOus ſuppoſons que les deux diametres donnez A B, C D, ſe coupent à angles droits, & en deux également au point E, qui ſera le centre de l'ovale. Prenez ſur le grand diametre C D les lignes E F, E G, égales



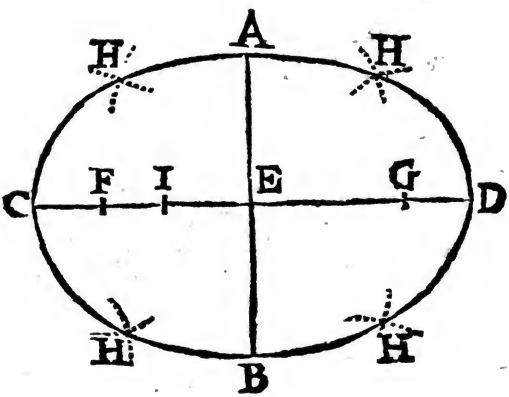
chacune à l'excés de ce grand diametre C D ſur le plus petit A B, & ſur le plus petit A B les lignes

E H, E I, égales chacune aux trois quarts du meſme excez, c'eſt à dire de E F, ou de E G. Aprés cela tirez des points H, I, par les points F, G, les lignes H F L, I F K, qui ſeront terminées en K & en L, en décrivant du point F par le point D l'arc K D L, & les lignes H G N, I G M, qui ſeront terminées en M & en N, en décrivant du point G par le point C l'arc M C N. Enfin décrivez du point H par les points L N, l'arc L B N, qui paſſera par le point B, & du point I par les points M, K, l'arc M A K, qui paſſera par le point A, & vous aurez l'ovale parfaite A B C D.

PROBLEME IX.

Alentour de deux axes donnez décrire une ovale Mathematique.

NOus ſuppoſons comme auparavant que les deux diametres donnez A B, C D, ſe coupent à angles



droits & en deux également au point E, qui ſera le centre de l'Ellipſe. Portez le grand demi axe E C, ou E D,

Digitized by Google

depuis l'extremité A, ou B, du petit A B, ſur le grand C D, de part & d'autre aux points F, G, qui ſeront les Foyers de l'Ellipſe qu'on veut décrire, par le moyen deſquels on en trouvera autant de points que l'on voudra en cette ſorte. Décrivez des Foyers F, G, avec une ouverture du compas un peu plus grande que F C, ou que G D, de coſté & d'autre de petits arcs, & portez cette meſme ouverture ſur le grand axe C D, depuis ſon extremité C en I; & le compas eſtant ouvert du reſte de l'axe I D, décrivez des meſmes Foyers F, G, d'autres arcs qui coupent icy les precedens aux points H, qui ſeront de l'Ellipſe. C'eſt de la même maniere qu'on en trouvera autant d'autres points qu'on voudra, leſquels eſtant joints par une ligne courbe, l'Ellipſe ſe trouvera décrite.

Digitized by Google

SCOLIE.

C'eſt à peu prés de cette même façon que les ouvriers décrivent une Ellipſe ſur terre, en plantant deux clous aux Foyers F, G, & en attachant à ces deux clous deux cordeaux liez & égaux enſemble au grand axe C D : car ainſi étendant ces deux cordeaux, & les faiſant mouvoir alentour des deux clous où ils ſont attachez, ils décrivent tout d'un coup l'Ellipſe.

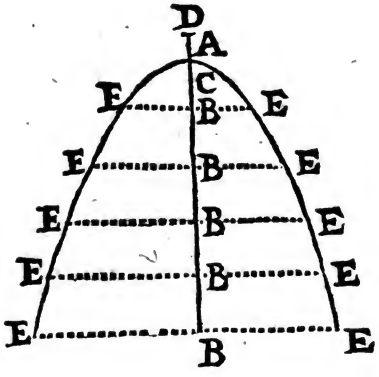
PROBLEME X.

Décrire un Parabole ſur un axe donné.

POur décrire une Parabole par le point A de l'axe donné A B, prenez ſur cet axe A B prolongé, les lignes égales A C, A D, grandes ou petites, ſelon que vous voudrez une Parabole plus ou moins ouverte. Prenez ſur le meſme axe A B au deſſous

Digitized by Google

du ſommer A autant de points B differens que vous voudrez trouver de points de la Parabole. Tirez par ces points B ſur le meſme axe A B les perpendiculaires E E, ſur leſquelles on marquera les points E de la Parabole

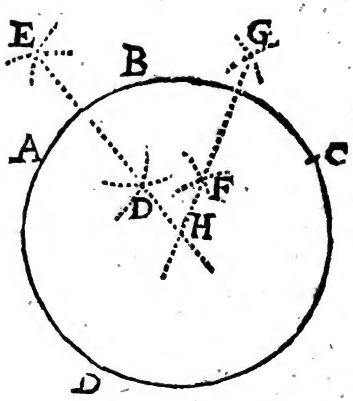


en portant les diſtances D B depuis le Foyer C de part & d'autre ſur leurs perpendiculaires correſpondantes.

PROBLEME XI.

Faire passer par trois points donnez une circonference de cercle.

IL ne faut pas que les trois points donnez A, B, C, soient en ligne droite, autrement le Probleme seroit impossible. Décrivez des deux points A, B, avec une ouverture volontaire



du compas, deux arcs de costé & d'au-

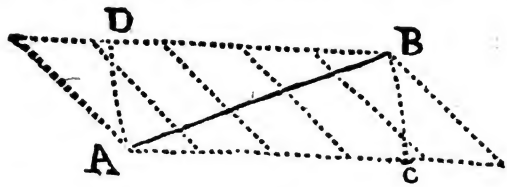
Digitized by Google

tre, & par leurs points de section D, E, menez la droite D E. Faites-en autant des deux points B, C, & par les points de section F, G, menez la droite F G, qui coupe icy la premiere D E au point H, qui sera le centre du cercle, qu'on veut décrire. Si donc on décrit du centre H par le point donné A une circonference de cercle, elle passera par les deux autres points donnez B, C.

PROBLEME XII.

Diviser une ligne donnée en parties égales.

SI vous voulez diviser la ligne donnée A B, par exemple en cinq par-



ties égales, décrivez de l'extremité A

par l'autre extremité B, l'arc B C d'une grandeur volontaire, & de l'extremité B par l'extremité A l'arc A D égal au precedent B C. Menez les droites indefinies A C, B D, pour y parcourir depuis leurs extrémitez A, B, cinq parties égales d'une grandeur volontaire. Menez par les points de diviſion oppoſez des lignes droites, qui diviſeront la ligne propoſée A B en cinq parties égales.

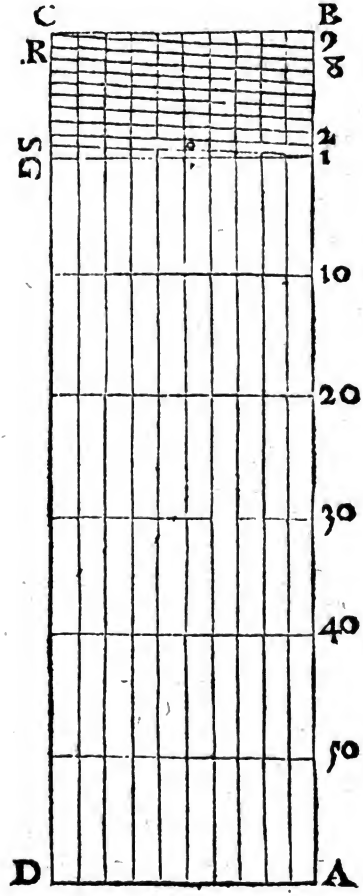
Si vous voulez vous ſervir du compas de proportion, portez la longueur de la ligne donnée A B ſur la ligne des parties égales, en ſorte qu'elle réponde de coſté & d'autre à un meſme nombre qui ſoit diviſible par cinq, comme à 100, & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, l'ouverture de 20 à 20, qui ſont la cinquiéme partie de 100, ſera auſſi la cinquiéme partie de la ligne propoſée A B.

Scolie.

Par le moyen de ce Probleme on conſtruira aiſément une Echelle propre à y prendre de grandes meſures &

Digitized by Google

leurs parties aliquotes, entre leſquelles celles qui procedent de 10 en 10 ſont les plus commodes dans l'uſage. Comme ſi on veut diviſer la ligne A B en



7 toiſes, & chaque toiſe en 10 parties égales, & chaque dixiéme partie en 10 autres parties égales plus petites, en ſorte qu'on veüille conſtruire une Echelle dans laquelle on puiſſe prendre exactement les centiémes parties d'une toiſe. Diviſez en premier lieu la ligne A B en 7 parties égales, dont chacune repreſentera une toiſe, & diviſez l'une de ces parties, c'eſt à dire une toiſe en 10 parties égales, pour avoir les dixiémes parties d'une toiſe: Mais pour avoir les dixiémes parties ds ces dix dernieres, c'eſt à dire les centiémes parties d'une toiſe, faites ainſi.

Tirez à volonté des extremitez A,B, les deux paralleles indefinies A D,BC, & y prenez 10 parties égales d'une grandeur volontaire. Menez par les poins de diviſion oppoſez des lignes, qui ſeront égales & paralelles à la ligne A B, dont la derniere ſera C D, ſur laquelle on tranſportera les toiſes de la ligne A B, & on tirera par les poins de diviſion oppoſez des lignes égales & paralleles aux deux A D, B C, qui diviſeront le parallelogramme A B

C D en 7 autres parallelogrames plus petits. Tranſportez encore les dix parties égales de la premiere diviſion B 1 de la ligne A B ſur la premiere C G de la ligne C D, & menez des lignes droites & paralleles entre elles d'un point à l'autre, en ſorte que la premiere paſſe par le point C, & la derniere par le point 1, & l'Echelle ſera parfaite, dont l'uſage ſera tel.

Pour prendre ſur l'Echelle, par exemple 6 toiſes & $\frac{1}{10}$ vous les prendrez ſur la ligne A B, depuis A juſques au point 2 : & pareillement pour prendre 6 toiſes & $\frac{8}{10}$ vous les prendrez ſur la meſme ligne A B depuis le point A juſques au point 8. Mais ſi outre ces $\frac{8}{10}$ vous voulez prendre $\frac{3}{100}$ vous les prendrez ſur la troiſiéme parallele à la ligne A B, depuis la ligne A D juſqu'à la ligne 8 R, &c.

Nous n'avons pas donné la demonſtration de toutes ces pratiques, parce qu'elles ſont communes, & que la demonſtration n'eſt pas difficile à trouver à ceux qui entendent les Elemens d'Euclide.

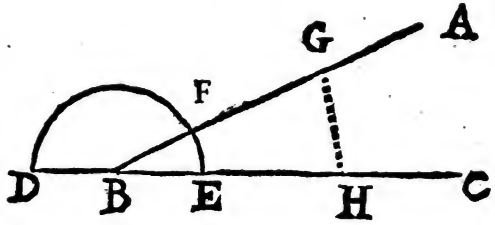
Digitized by Google

PROBLEME XIII.

Meſurer un angle acceſſible ſur la terre.

UN angle acceſſible ſur la terre ſe peut meſurer en pluſieurs manieres, entre leſquelles nous choiſirons celles qui ſont les plus commodes, & de plus grand uſage.

Propoſons en premier lieu l'angle



acceſſible A B C dans l'air, ou ſur la terre, que nous ſuppoſerons imaginaire, comme ſi l'œil en B regardoit les deux poins AC, par les deux rayons viſuels B A, B C, qui font au point B l'angle imaginaire A B C. Cet angle

A B C peut eſtre connu tres-facilement par le moyen du demi-cercle, dont les Ingenieurs ſe ſervent ordinairement. Car ſi on place le centre du demi-cercle à la pointe B de l'angle A B C, en ſorte que ſon diametre D E convienne avec l'une des deux lignes B A, B C, comme avec la ligne B C, ce qui arrivera lorſque par les trous des deux pinules qui ſont ſur le diametre D E, on pourra voir le point C. Aprés cela le demi-cercle demeurant ainſi arrêté, on tournera l'alidade du demi-cercle vers l'autre point A, en ſorte que par les trous des deux pinules, qui ſont ſur la même alidade, on puiſſe voir le point A; & l'arc E F du demi-cercle, compris entre le diametre & l'alidade, donnera la quantité de l'angle propoſé A B C.

C'eſt de la meſme facon que l'on meſurera un angle réel ſur la terre, comme ſeroit l'angle de deux murailles : mais quand on n'a point de demi-cercle, on pourra prendre tres-facilement cet angle par le moyen de la Table ſuivante, que nous avons tirée de la fortification du Comte de Pagan.

Prenez

Prenez ſur les coſtez B A, B C, les deux lignes B G, B H, chacune de 30 pieds, & meſurez la baſe G H, qui ſoit par exemple de 20 pieds & 4 pouces : cherchez dans la Table la baſe de 20 pieds & 4 pouces, & vous trouverez qu'il luy répond environ 39. 38. pour la quantité de l'angle propoſé A B C.

Digitized by Google

TABLE DES ANGLES PLANS, toûjours compris par deux costez de 30 pieds.

Bases		Angles.	
Pied	Pouce	D.	M.
0	2	0	19
0	4	0	38
0	6	0	57
0	8	1	8
0	10	1	36
1	0	1	55
1	2	2	14
1	4	2	33
1	6	2	52
1	8	3	11
1	10	3	30
2	0	3	49
2	2	4	8
2	4	4	28
2	6	4	47
2	8	5	6
2	10	5	25
3	0	5	44
3	2	6	3
3	4	6	22
3	6	6	41
3	8	7	0
3	10	7	20

Digitized by Google

Bales		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
4	0	7	39
4	2	7	58
4	4	8	17
4	6	8	36
4	8	8	55
4	10	9	14
5	0	9	34
5	2	9	54
5	4	10	12
5	6	10	31
5	8	10	50
5	10	11	9
6	0	11	29
6	2	11	48
6	4	12	8
6	6	12	27
6	8	12	46
6	10	13	5
7	0	13	24
7	2	13	43
7	4	14	2
7	6	14	22
7	8	14	41
7	10	15	0

Digitized by Google

Bases		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
8	0	15	20
8	2	15	39
8	4	15	58
8	6	16	18
8	8	16	37
8	10	16	56
9	0	17	15
9	2	17	34
9	4	17	54
9	6	18	13
9	8	18	32
9	10	18	52
10	0	19	11
10	2	19	30
10	4	19	50
10	6	20	19
10	8	20	29
10	10	20	48
11	0	21	8
11	2	21	27
11	4	21	46
11	6	22	6
11	8	22	25
11	10	22	45

Digitized by Google

Bases		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
12	0	23	5
12	2	23	24
12	4	23	44
12	6	24	3
12	8	24	32
12	10	24	42
13	0	25	1
13	2	25	21
13	4	25	41
13	6	26	1
13	8	26	20
13	10	26	40
14	0	26	59
14	2	27	18
14	4	27	38
14	6	27	58
14	8	28	18
14	10	28	38
15	0	28	57
15	2	29	17
15	4	29	37
15	6	29	56
15	8	30	16
15	10	30	36

Bases		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
16	0	30	56
16	2	31	16
16	4	31	36
16	6	31	56
16	8	32	16
16	10	32	35
17	0	32	55
17	2	33	15
17	4	33	35
17	6	33	55
17	8	34	15
17	10	34	35
18	0	34	55
18	2	35	15
18	4	35	35
18	6	35	55
18	8	36	15
18	10	36	35
19	0	36	55
19	2	37	15
19	4	37	36
19	6	37	56
19	8	38	16
19	10	38	36

Digitized by Google

Bates		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
20	0	38	56
20	2	39	17
20	4	39	38
20	6	39	58
20	8	40	18
20	10	40	38
21	0	40	59
21	2	41	19
21	4	41	40
21	6	42	0
21	8	42	20
21	10	42	40
22	0	43	1
22	2	43	22
22	4	43	42
22	6	44	3
22	8	44	24
22	10	44	44
23	0	45	5
23	2	45	26
23	4	45	46
23	6	46	7
23	8	46	28
23	10	46	48

Digitized by Google

Baſes		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
24	0	47	9
24	2	47	30
24	4	47	51
24	6	48	12
24	8	48	33
24	10	48	54
25	0	49	15
25	2	49	36
25	4	49	57
25	6	50	18
25	8	50	39
25	10	51	0
26	0	51	21
26	2	51	42
26	4	52	3
26	6	52	24
26	8	52	4
26	10	53	8
27	0	53	29
27	2	53	51
27	4	54	12
27	6	54	34
27	8	54	55
27	10	55	16

Digitized by Google

Bales		Angles	
Pied	Pouce	D.	M.
28	0	55	38
28	2	56	0
28	4	56	22
28	6	56	43
28	8	57	5
28	10	57	26
29	0	57	48
29	2	58	10
29	4	58	32
29	6	58	54
29	8	59	16
29	10	59	38
30	0	60	0
30	2	60	22
30	4	60	44
30	6	61	6
30	8	61	28
30	10	61	50
31	0	62	13
31	2	62	35
31	4	62	58
31	6	63	20
31	8	63	43
31	10	64	5

Digitized by Google

Bases		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
32	0	64	28
32	2	64	50
32	4	65	13
32	6	65	36
32	8	65	58
32	10	66	21
33	0	66	44
33	2	67	7
33	4	67	30
33	6	67	53
33	8	68	16
33	10	68	39
34	0	69	2
34	2	69	25
34	4	69	48
34	6	70	12
34	8	70	35
34	10	70	59
35	0	71	22
35	2	71	46
35	4	72	10
35	6	72	33
35	8	72	56
35	10	73	20

Digitized by Google

Baſes		Angles	
Pied	*Pouce*	*D.*	M.
36	0	73	44
36	2	74	8
36	4	74	32
36	6	74	56
36	8	75	20
36	10	75	44
37	0	76	9
37	2	76	33
37	4	76	57
37	6	77	22
37	8	77	46
37	10	78	9
38	0	78	35
38	2	79	0
38	4	79	25
38	6	79	50
38	8	80	15
38	10	80	40
39	0	81	5
39	2	81	30
39	4	81	35
39	6	82	20
39	8	82	46
39	10	83	12

Digitized by Google

Bates		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
40	0	83	37
40	2	84	3
40	4	84	29
40	6	84	54
40	8	85	20
40	10	85	46
41	0	86	13
41	2	86	39
41	4	87	5
41	6	87	32
41	8	87	58
41	10	88	25
42	0	88	51
42	2	89	18
42	4	89	45
42	6	90	12
42	8	90	39
42	10	91	6
43	0	91	33
43	2	92	1
43	4	92	29
43	6	92	56
43	8	93	24
43	10	93	52

Suite

Digitized by Google

Bases		Angles	
Pied	*Pouce*	*D.*	M.
44	0	94	20
44	2	94	48
44	4	95	16
44	6	95	45
44	8	96	13
44	10	96	42
45	0	97	11
45	2	97	40
45	4	98	9
45	6	98	38
45	8	99	8
45	10	99	37
46	0	100	6
46	2	100	36
46	4	101	6
46	6	101	36
46	8	102	7
46	10	102	37
47	0	103	8
47	2	103	39
47	4	104	10
47	6	104	41
47	8	105	12
47	10	105	44

Digitized by Google

Bales		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
48	0	106	16
48	2	106	48
48	4	107	20
48	6	107	52
48	8	108	25
48	10	108	57
49	0	109	30
49	2	110	4
49	4	110	37
49	6	111	11
49	8	111	44
49	10	112	18
50	0	112	53
50	2	113	28
50	4	114	3
50	6	114	38
50	8	115	14
50	10	115	49
51	0	116	26
51	2	117	2
51	4	117	39
51	6	118	16
51	8	118	53
51	10	119	31

Digitized by Google

Bates		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
52	0	120	9
52	2	120	47
52	4	121	26
52	6	122	6
52	8	122	45
52	10	123	25
53	0	124	6
53	2	124	47
53	4	125	28
53	6	126	10
53	8	126	52
53	10	127	35
54	0	128	19
54	2	129	3
54	4	129	48
54	6	130	33
54	8	131	19
54	10	132	6
55	0	132	53
55	2	133	44
55	4	134	30
55	6	135	20
55	8	136	11
55	10	137	3

Digitized by Google

Bases		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
56	0	137	57
56	2	138	49
56	4	139	44
56	6	140	40
56	8	141	38
56	10	142	36
57	0	143	36
57	2	144	39
57	4	145	43
57	6	146	48
57	8	147	57
57	10	149	8
58	0	150	20
58	2	151	36
58	4	152	55
58	6	154	19
58	8	155	48
58	10	157	22
99	0	159	3
59	2	160	53
59	4	162	54
59	6	165	12
59	8	167	48
59	10	171	28

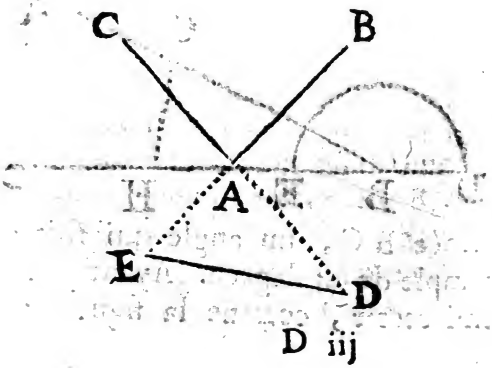
Digitized by Google

Cette Table a eſté ſupputée par la Trigonometrie, ſçavoir en multipliant la baſe de l'angle qu'on cherche par le Sinus Total, & en diviſant le produit par 60 : car le quotient ſera le ſinus de la moitié de l'angle qu'on cherche.

PROBLEME XIV.

Meſurer un angle inacceſſible ſur la terre.

POur meſurer l'angle inacceſſible A, dont on peut voir les deux côtez A B, A C, plantez un piquet en quelque lieu commode, comme en D, en ſorte que les trois points D, A, C,

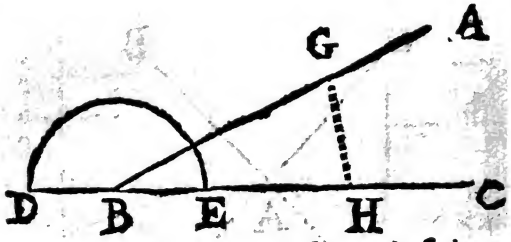


ſoient en ligne droite, & un autre au point E, en ſorte que pareillement les trois poins E, A, B, ſoient en ligne droite. Meſurez par le Probleme precedent, les angles acceſſibles D, E, & ôtez leur ſomme de 180 degrez, il eſt évident par 32. 1. que le reſte ſera la quantité de l'angle A qu'on cherche.

PROBLEME XV.

Faire à un point donné d'une ligne donnée ſur la terre un angle d'une grandeur donnée.

SOit le point donné B dans la ligne donnée B C ſur la terre, & qu'il faille faire à ce point B avec la ligne



donnée B C, un angle qui ſoit par exemple de 45 degrez. Ayant poſé le demi-cercle, comme la figure vous

montre,& comme il a eſté dit au *Probl.* 13. Mettez l'alidade mobile ſur le 45. degré, en comptant les degrez depuis E, & faites planter ſur terre un piquet en quelque lieu commode, comme en A, en ſorte que ce piquet puiſſe eſtre vû par les deux pinules qui ſont ſur l'alidade; il eſt évident par la meſure de l'angle, que l'angle A B C, qui ſe trouvera ainſi ſur la terre ſera de 45 degrez, comme il eſtoit propoſé.

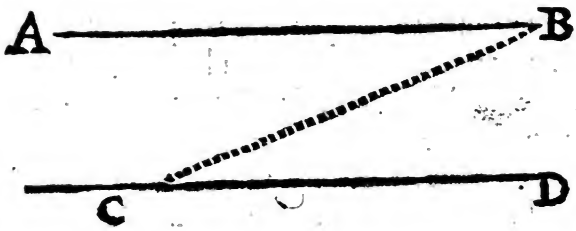
Si vous n'avez point de demi-cercle, ſervez-vous de la table précedente, & faites ainſi. Plantez un piquet en H ſur la ligne donnée B C, en ſorte que B H ſoit toûjours de 30 pieds. Plantez encore au point B un piquet, pour y attacher un cordeau long de 30 pieds, c'eſt à dire égal à BH, & parcequ'il eſt propoſé de faire en B un angle de 45 degrez dont la baſe ſe trouve dans la table precedente d'environ 23 pieds, attachez en H un cordeau de 23 pieds, & l'étendez juſqu'à ce qu'il rencontre le cordeau qui part du point B, & qui doit auſſi être tendu, en quelque point comme en G, où vous planterez un piquet, & alors l'angle G B H, qui ſe

forme ainſi ſur la terre, ſera neceſſairement de 45 degrez, à cauſe des deux côtez B G, B H, qui ſont de 30 pieds, & de la baſe G H de 23 pieds, telle que doit eſtre la baſe d'un angle de 45 degrez.

PROBLEME XVI.

Tirer par un point donné à une ligne donnée acceſſible ſur la terre une parallele.

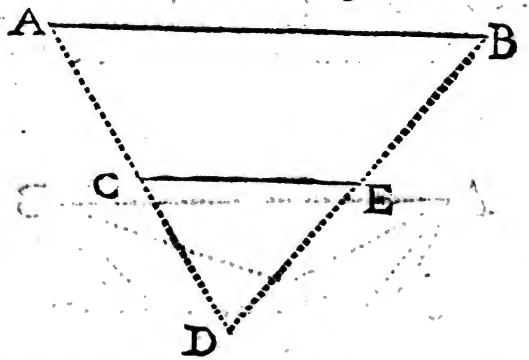
POur tirer à la ligne donnée AB acceſſible au point B, par le point donné C, une parallele, meſurez par



le *Probl.* 13. l'angle acceſſible A B C, & par le Probleme precedent faites au point C avec la ligne C B l'angle B C D égal au précedent ABC, par la ligne C D, laquelle par 27. 1. ſera

parallele à la ligne proposée A B.

Comme il est aisé de manquer en travaillant par les angles, il vaudra mieux resoudre ce Probleme en cette sorte. Concevez une ligne droite tirée de l'extremité A de la ligne donnée AB, par le point donné C, & la prolongez en D, en sorte que la ligne C D soit

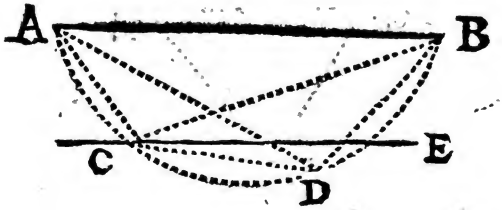


égale à A C. Concevez encore une ligne droite tirée par le point D à l'autre extremité B de la ligne donnée AB, & par son point de milieu E tirez au point donné C, la droite C E, qui sera parallele à la proposée A B, par 2. 6.

PROLEME XVII.

Tirer par un point donné à une ligne donnée inacceſſible ſur la terre, une parallele.

POur tirer à la ligne donnée inacceſſible A B, par le point donné



C, une parallele, meſurez par *Probl.* 13. l'angle acceſſible A C B, & choiſiſſez ſur terre le point D, en ſorte que l'angle A D B ſoit égal au précedent A C B, afin que les quatre poins A, C, D, B, ſoient dans la circonference d'un même cercle, par l'inverſe de 21. 3. Aprés cela faites, par

Probl. 15. au point C, avec la ligne C B, l'angle B C E égal à l'angle acceſſible A D C, par la droite C E, qui ſera parallele à la propoſée A B.

Car puiſque les deux angles égaux A C B, A D B, ſont dans un même ſegment de cercle, l'angle A D C, ou BCE ſon égal, ſera égal à l'angle ABC, par 21. 3. C'eſt pourquoy, par 27. 1. les lignes A B, C E, ſeront paralleles.

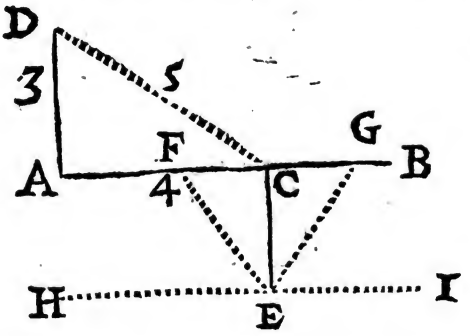
Quoyque cette methode ſoit mécanique, neanmoins elle eſt préferable dans la pratique à pluſieurs autres qui ſont Geometriques, parce qu'eſtant plus longues, il eſt plus difficile de les pratiquer avec la meſme exactitude que celle-cy.

Digitized by Google

PROBLEME XVIII.

Tirer par un point donné à une ligne donnée accessible sur la terre, une perpendiculaire.

PRemierement si le point donné A est sur la ligne donnée A B, on luy tirera une perpendiculaire par le point donné A, en faisant par *Probl.* 15. au mesme point A, un angle de 90 degrez, par la droite A D, laquelle par



consequent sera perpendiculaire à la proposée A B, ou bien en cette sorte.

Ayant pris sur la ligne donnée A B

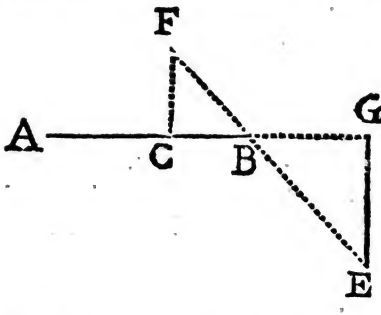
A B depuis A juſques en C, la longueur de 4 toiſes, attachez au point donné A un cordeau long de 3 toiſes, & au point C un autre cordeau long de 5 toiſes. Il eſt évident par 48. 1. que ſi on étend ces deux cordeaux, en ſorte qu'on joigne enſemble leurs deux extremitez, on aura le point D de la perpendiculaire qu'on cherche.

Mais ſi le point eſt donné hors de la ligne donnée, comme E, on y attachera un cordeau d'une longueur volontaire, pourvû qu'il ſoit aſſez long, pour pouvoir étant étendu couper la ligne donnée A B, en deux poins, comme F, G, ce qu'il ne ſera pas difficile de faire, quand même la ligne propoſée A B ne ſera que par imagination. Car ſi on diviſe la diſtance F G en deux également au point C, la ligne E C ſera la perpendiculaire qu'on cherche, à cauſe des deux triangles égaux E C F, E C G, &c.

Il peut arriver que le point donné E, ſera tellement de coſté, que la ligne donnée A B, ne pourra pas eſtre commodément coupée en deux poins par le cordeau arrêté à ce point E. Dans ce

cas on travaillera ainſi.

Prenez ſur la ligne donné A B la partie B C égale à la moitié de la ligne BE, que vous continuërez en F, en ſorte



que la ligne C F ſoit égale à la ligne B C, ou à la moitié de la ligne B E, & ayant pris ſur la ligne A B, prolongée, la partie B G égale à la ligne B F, tirez par le point G au point donné E, la droite E G, qui ſera perpendiculaire à la ligne propoſée A B.

PROBLEME XIX.

Tirer par un point donné à une ligne donnée inacceſſible ſur la terre, une perpendiculaire.

POur tirer à la ligne donnée inacceſſible AB, de la 1. des deux fig. pré-

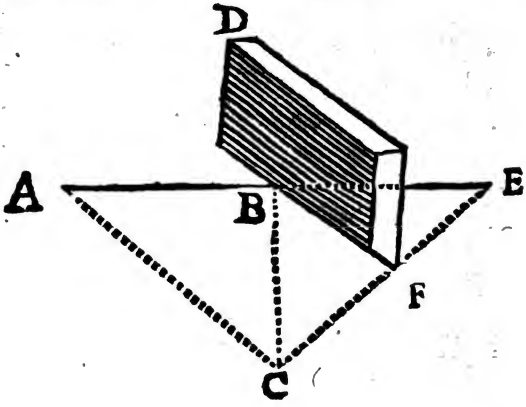
cedentes, une perpendiculaire par le point donné E, tirez par ce même point donné E, à la ligne donnée A B, la parallele H I, par *Probl.* 17. à laquelle on tirera par *Probl.* 18. par le meſme point donné E, la perpendiculaire E C, qui ſera auſſi perpendiculaire à la ligne donnée A B, par 29. 1.

PROBLEME XX.

Prolonger une ligne donnée ſur la terre, lors qu'il y aura quelque empêchement.

IL ſeroit facile par la vûë de prolonger la ligne donnée A B au delà du point B, ſi la muraille F D ne ſervoit d'obſtacle, tant pour tirer la ligne, que pour conduire la vûë ; dans ce cas, on tirera, par *Probl.* 18. à la ligne A B, par le point B, pris à diſcretion ſur cette meſme ligne perpendiculaire B C, d'une longueur volontaire, & ſi longue que de ſon extremité C on puiſſe voir au delà de la muraille F D, afin que faiſant par *Probl.* 15. en cette meſme

extremité C, avec la perpendiculaire



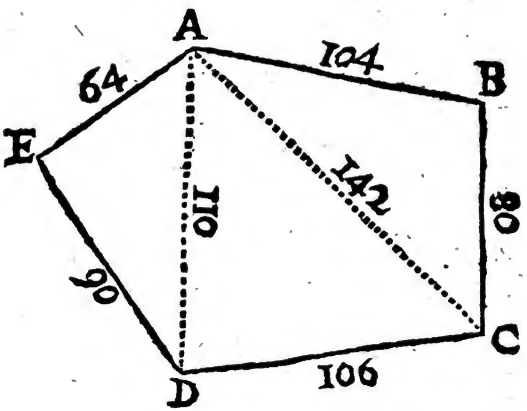
B C, l'angle B C E égal à l'angle BCA, par la ligne C E égale à la ligne C A, on ait le point E, qui ſera en ligne droite avec la propoſée A B, à cauſe des deux triangles égaux B A C, B E C. C'eſt de la meſme façon que l'on trouvera un autre point en ligne droite avec la meſme ligne A B; ce qui ſuffit pour pouvoir prolonger la ligne propoſée A B au delà du point B, autant loin que l'on voudra.

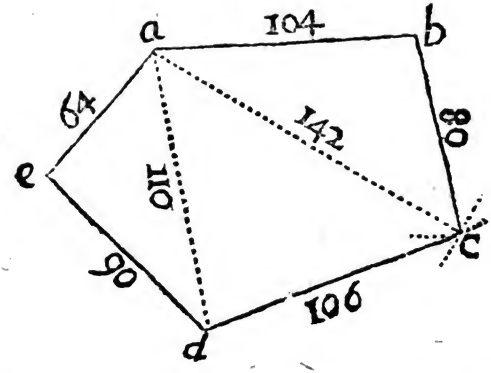
Digitized by Google

PROBLEME XXI.

Lever le Plan d'une place accessible.

PRemierement si l'on peut entrer au dedans de la Place accessible, comme A B C D E, on la reduira en triangles par les deux diagonales AC, A D, dont on mesurera la longueur, aussi bien que celle des costez : nous les supposerons icy d'autant de toises que vous les voyez marquez dans la figure.





Pour décrire ſur le papier un Plan ſemblable au propoſé A B C D E, on racourcira chaque triangle, l'un aprés l'autre, pour avoir ainſi tout le Plan racourcy, & ſemblable au grand. Pour cette fin preparez une échelle de toiſes, grande ou petite, ſelon la grandeur que vous voudrez donner aux lignes du Plan que vous voulez repreſenter ſur le papier. Aprés cela tirez ſur le papier la ligne a b de 104 parties priſes ſur l'échelle, pour les 104 toiſes du grand coſté A B. Décrivez en ſuite du point b un arc de cercle, à l'ouverture de 80 parties pour les 80

toiſes du coſté B C, qui avec le premier A B forme le triangle A B C, & un autre du point a à l'ouverture de 142 parties pour les 142 toiſes de la diagonale A C, & la ſection de ces deux arcs donnera le point c, qui repreſentera le point C de la grande figure : c'eſt pourquoy ſi on tire les lignes c a, c b, on aura le triangle a b c ſemblable au grand A B C. C'eſt de la meſme façon que l'on racourcira le triangle ſuivant A C D, & en ſuite le triangle A D E, pour avoir ainſi toute la figure propoſée reduite en petit volume.

Si la figure propoſée eſt bornée par quelques lignes courbes, prenez ces lignes courbes pour droites, quand il y aura peu de difference : autrement rendez-les comme inſenſibles par pluſieurs petites lignes droites, que vous formerez auprés du bord de la figure, pour la partager en triangles, & pour achever le reſte comme nous venons de dire.

S'il n'eſt pas permis d'aller au dedans de la figure, en ſorte qu'on ne puiſſe pas meſurer les diagonales, on

Digitized by Google

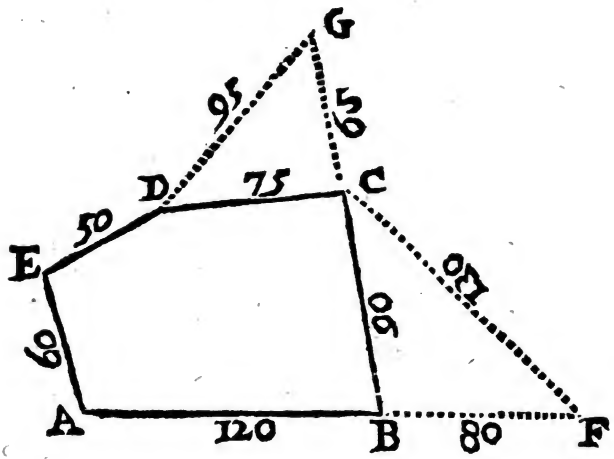
levera le Plan par le dehors, en mesurant les costez avec un cordeau, ou mieux avec une chaîne, & les angles avec un Demi-cercle : aprés quoy on tracera ce Plan sur le papier, en prenant ses costez d'autant de parties prises sur l'échelle qu'ils auront de toises, & en faisant ses angles tels qu'on les aura trouvez sur le terrain ; car ainsi ces deux figures, la grande sur le terrain, & la petite sur le papier seront semblables, à cause de l'égalité de leurs angles, & de la proportion de leurs costez.

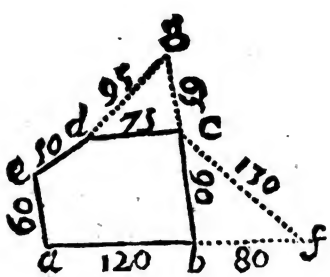
Mais comme il est aisé de manquer, tant en prenant les angles sur la terre, qu'en les décrivant sur le papier, & qu'une petite erreur à l'égard des angles apporte une difference considerable, il vaudra mieux se servir de la methode suivante, qui m'a toûjours bien réüssi, lorsque j'ay pris un peu de soin à la bien executer.

Proposons donc le plan A B C D E, qui soit seulement accessible par le dehors, ce qui n'empeschera pas qu'on ne puisse mesurer les costez que nous supposerons d'autant de toises que

Digitized by Google

vous les voyez icy marquez. Prolon-





gez l'un des coſtez, comme A B, en F, d'une diſtance volontaire, cóme de 80. toiſes, plus ou moins ſelon la commodité du terrain,& la longueur de l'autre coſté BC, & meſurez la ligne F C, qui ſoit par exemple de 130 toiſes. Prolongez auſſi à volonté le coſté B C en G, comme

Digitized by Google

de 65 toiſes, & meſurez la ligne G D, que nous ſuppoſerons de 95 toiſes. Vous pourriez auſſi prolonger le coſté ſuivant C D, & les autres par ordre, s'il en reſtoit beaucoup ; mais comme il ne reſte icy que les deux coſtez, D E, A E, ce que nous avons fait ſuffit pour repreſenter ce Plan ſur le papier en cette ſorte.

Tirez ſur le papier la ligne a b de 120 parties priſes ſur l'échelle, pour les 120 toiſes du grand coſté A B, & la prolongez en f, en ſorte que b f ſoit de 80 parties pour les 80 toiſes de la ligne B F. Faites un arc de cercle du point f, à l'ouverture de 130 parties pour les 130 toiſes de la ligne F C, & un autre du point b, à l'ouverture de 90 parties pour les 90 toiſes du coſté B C, & par la ſection c de ces deux arcs menez le coſté b c, que vous prolongerez en g, en ſorte que c g ſoit de 65 parties pour les 65 toiſes de la ligne C G, & décrivez comme auparavant, un arc de cercle du point g, à l'ouverture de 95 toiſes de la ligne G D, & un autre du point c, à l'ouverture de 75 parties pour les 75 toiſes du coſté C D, & par

la ſection d de ces deux arcs tirez le coſté c d. Enfin décrivez un arc de cercle du point d à l'ouverture de 50 parties pour les 50 toiſes du coſté DE, & un autre du point a, à l'ouverture de 60 parties pour les 60 toiſes du dernier coſté A E, & par la ſection e de ces deux arcs, menez les coſtez d e, a e, & la figure a b c d e ſera ſemblable à la propoſée A B C D E, à cauſe de la proportion de leurs coſtez & de l'égalité de leurs angles.

Il y a pluſieurs autres manieres pour lever le Plan d'une Place acceſſible, mais comme elles ne me ſemblent pas ſi faciles ny ſi exactes que celles que je viens d'enſeigner, nous n'en parlerons pas davantage. Neanmoins nous ajoûterons ſur la fin du dernier Probleme une autre methode pour lever le Plan d'une Place, lorſque l'on peut aller en dedans.

Digitized by Google

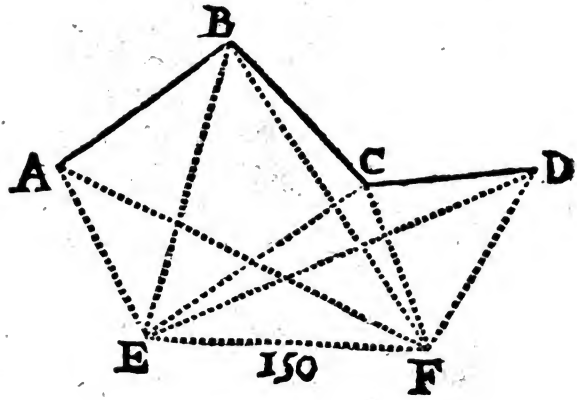
PROBLEME XXII.

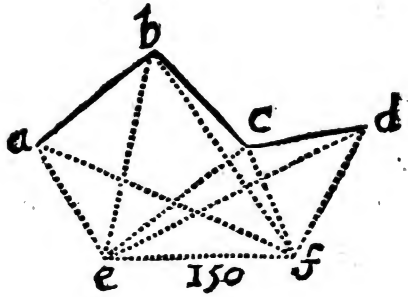
Lever le Plan d'une Place inacceſſible.

ON a auſſi pluſieurs manieres pour lever le Plan d'une Place inacceſſible, entre leſquelles j'en mettray ſeulement icy une, dont la pratique eſt tres-facile : & pour ne pas eſtre trop long à expliquer cette maniere qu'il eſt facile de comprendre, parce qu'elle eſt fort ſimple, j'enſeigneray ſeulement le moyen de prendre de loin la partie d'un Plan inacceſſible, comme de la partie qui eſt terminée par les trois lignes A B, B C, C D, le reſte ſe pouvant achever de la meſme façon.

Ayant choiſi ſur la terre deux poins commodes, comme E, F, autant proches du plan propoſé qu'il ſera poſſible, & auſſi autant éloignez entre eux que vous pourrez, pour empêcher que les rayons viſuels ne ſe cou-

pent trop obliquement, & ayant fait





une ſtation en E regardez de ce point E tous les angles du Plan qui ſe preſenteront à voſtre vûë, & meſurez avec un demi-cercle les angles FED, FEC, FEB, FEA. Faites-en autant au point F, pour avoir la quantité des angles viſuels

E F A, E F B, E F C, E F D.

Aprés cela tirez ſur le papier la ligne e f d'une grandeur volontaire, & faites aux points e, f des angles égaux à ceux qui ſe forment aux poins E, F, ſur la terre, par des lignes droites, qui s'entrecoupent icy aux poins a, b, c, d, & tout ſera fait, ſi l'on tire les droites a b, b c, c d, qui repreſenteront les grandes lignes A B, B C, C D, &c.

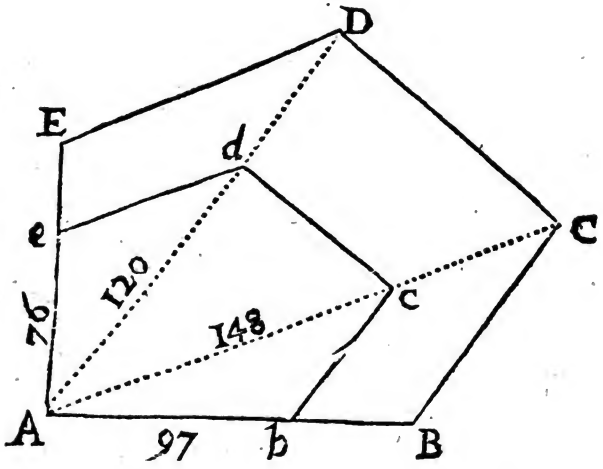
Si l'on meſure en toiſes ou en pieds la ligne E F, & que l'on diviſe la ligne e f en autant de parties égales que la ligne E F contiendra de toiſes ou de pieds, les lignes a b, b c, c d, eſtant portées ſur les diviſions de la ligne e f, on y trouvera le nombre des toiſes ou des pieds des lignes A B, B C, C D, qu'elles repreſentent ſur la terre.

Digitized by Google

PROBLEME XXIII.

Tracer un Plan ſur la terre.

POur tracer le plan a b c d e ſur le terrain, & premierement en un lieu qui ſoit libre & ſans empeſche-



ment, attachez ce Plan ſur quelque piece de bois polie & ſoûtenuë d'un bâton haut de trois ou de quatre pieds, avec une alidade mobile alentour de

l'un des angles de ce Plan, comme alentour de l'angle a, & écrivez le nombre des toiſes qu'il y aura depuis cet angle a, à tous les angles de la figure, ce que l'on connoiſtra facilement en tranſportant ces diſtances ſur l'échelle particuliere du Plan. Aprés cela ayant poſé le bâton avec ſon Plan au lieu où l'on veut commencer à tracer le Plan ſur la terre, & ayant tourné le coſté a b ſelon la ſituation que l'on veut donner au Plan, arrêtez ainſi le plan a b c d e, & tournant l'alidade ſur chacun des angles, & premierement ſur l'angle b, contez en ligne droite en regardant par les pinules que l'alidade doit avoir, depuis le bâton autant de toiſes qu'il y en aura ſur la ligne a b, comme icy 97, & marquez ſur la terre le point B, qui repreſentera le point b du petit Plan : & ſi vous en faites autant à l'égard des autres angles c, d, e, le plan propoſé a b c d e ſe trouvera tracé exactement ſur le terrain.

Par une operation toute contraire, il ſera facile de lever le Plan a BCDE, en tournant l'alidade vers les angles

B, C, D, E, & en prenant le long de la ligne de foy de l'alidade autant de parties prises sur l'échelle qu'il y aura de toises depuis l'angle a, à tous les autres angles, pour avoir les angles b, c, d, e. Cela est si clair de soy-même, que j'aurois honte d'en parler davantage.

Si le lieu où l'on veut tracer le Plan est empeschè, comme si l'on vouloit tracer une fortification alentour d'une ville, il faudroit connoistre les angles du Plan, & faire les mêmes angles sur la terre, en marquant en même temps les costez d'autant de toises qu'ils seront sur le Plan, ce que l'on pourra aisément connoistre par le moyen de son échelle particuliere.

*Ces deux derniers Problemes se trouvent resolus beaucoup plus facilement dans nostre Traité de l'Usage de l'*Instrument Universel, *où nous avons aussi resolu tres-facilement tous les Problemes de la* Longimetrie.

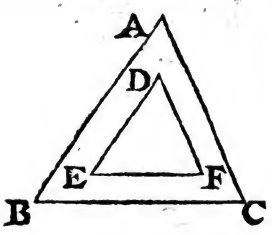
PREMIERE PARTIE DE LA TRIGONOMETRIE RECTILIGNE.

LA Trigonometrie Rectiligne eſt une partie de la Geometrie Pratique, laquelle par le moyen des nombres reſoud toute ſorte de triangles rectilignes. Elle ne conſidere que ſix choſes dans un triangle, les trois angles & les trois coſtez, car ce n'eſt pas à la Trigonometrie de meſurer l'aire d'un triangle, mais bien à la Planimetrie.

Le but de la Trigonometrie eſt de connoiſtre par le calcul, l'une des ſix parties d'un triangle, trois de ces mêmes parties eſtant auparavant connuës, qui doivent eſtre telles qu'elles déter-

Digitized by Google

minent les autres parties du triangle, en ſorte que ces trois autres parties ne puiſſent eſtre que d'une grandeur, pour ne pas travailler à l'incertain; ce que feront toûjours deux angles & un coſté, ou deux coſtez & un angle, ou bien les trois coſtez, mais non pas les trois angles, parce que l'on peut faire une infinité de triangles, qui auront les angles égaux les uns aux autres, & non pas les coſtez. Car ſi dans le triangle A B C on en fait un autre D E F, & autant d'autres que l'on voudra, dont les coſtez ſoient paralleles aux coſtez de celuy-cy, ils ſeront tous équiangles, & neanmoins ils auront les coſtez inégaux. Ainſi vous voyez que



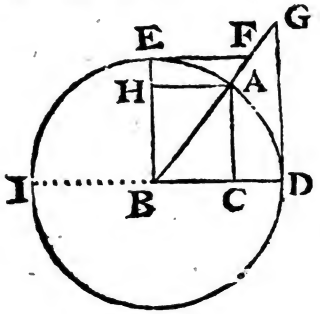
la ſeule connoiſſance des angles ne ſuffit pas pour déterminer les coſtez, tant par ce qui vient d'être démontré, que parce que quand on a les trois angles connus, on n'a proprement que deux choſes connuës, & non pas trois, car deux angles eſtant connus, ou ſuppo-

ſez connus, le troiſiéme s'enſuit d'une certaine grandeur, ne m'eſtant pas libre de le ſuppoſer tel que je le voudray, parce qu'il eſt le reſte des deux precedens à 180 degrez, par 32. 1.

CHAPITRE I.

DEFINITIONS.

LA meſure d'un angle rectiligne, c'eſt l'arc d'un cercle quelconque compris entre les lignes de cet angle, & ayant ſon centre à la pointe du même angle. Ainſi la meſure de l'angle ABD, eſt l'arc AD, qui a ſon centre à la pointe B.



2. Le Sinus d'un arc ou d'un angle, c'eſt une droite tirée de l'une des extremitez de cet arc, perpendiculaire-

Digitized by Google

ment sur le diametre qui passe par l'autre extremité du mesme arc. Ainsi on connoistra que le Sinus de l'arc A D, ou de son angle A B D, est la droite A C, & que le Sinus de l'arc A E est la droite A H.

3. La Tangente d'un arc ou d'un angle, c'est une droite tirée de l'une des extremitez de l'arc, perpendiculairement sur le diametre qui passe par la même extremité, & terminée à la rencontre d'une ligne droite tirée du centre par l'autre extremité du mesme arc. Ainsi on connoistra que la Tangente de l'arc A D est la droite D G, & que la Tangente de l'arc A E est la droite E F.

4. La secante d'un arc ou d'un angle n'est autre chose que cette ligne droite tirée du centre par l'autre extremité de l'arc, jusqu'à ce qu'elle rencontre la Tangente. Ainsi on connoistra que la Secante de l'arc AD est la droite BG, & que la Secante de l'arc A E est la droite B F.

5. Vous prendrez garde que tout Sinus, toute Tangente, & toute Secante, appartiennent à deux arcs, lesquels pris

Digitized by Google

enſemble ſont toûjours un Demi-cercle, ou 180 degrez. Ainſi on void évidemment par la definition du Sinus, que la droite A C eſt auſſi-bien le Sinus de l'arc A D que de l'arc A I, leſquels pris enſemble ſont le Demi-cercle D E I. Il en eſt de meſme de la Tangente & de la Secante, comme nous avons démontré ailleurs dans noſtre grand Traité de Trigonometrie.

6. Le complement d'un arc ou d'un angle, c'eſt ce de quoy il differe du quart de cercle, ou de 90 degrez, ſoit par defaut ou par excez. Ainſi le complement de l'arc A D eſt l'arc A E, par lequel il differe du quart du cercle DE, & le complement de l'arc A I eſt le meſme arc A E, par lequel il differe du quart de cercle E I. C'eſt pourquoy la droite A H ſera dite le Sinus du complement de l'arc A D, & du meſme arc A D la Tangente du complement ſera la droite E F, & la Secante du complement ſera B F.

7. Le Rayon, ou le Sinus Total, c'eſt le Sinus de l'angle droit, ou de 90 degrez, lequel eſt toûjours égal au Demi-

Digitized by Google

diametre, & c'eſt pour cela qu'il eſt appellé *Rayon*; & on le nomme *Sinus Total*, parce qu'il eſt le plus grand de tous les Sinus. Ainſi la droite E B étant le Sinus du quart de cercle DE, ou E I, ou de l'angle droit D B E, ou E B I, eſt appellé *Rayon*, ou *Sinus Total*, lequel eſt bien égal au demi-diametre B D, ou B I, comme vous voyez.

On void évidemment que la quantité de toutes ces lignes dépend de celle du Sinus Total, ou du demi-diametre du cercle qu'on a décrit. Ainſi le Sinus, la Tangente, & la Secante de quelque arc que ce ſoit ont au Sinus Total une certaine raiſon qui ne change jamais. C'eſt pourquoy ayant une fois connu la quantité des Sinus, des Tangentes & des Secantes de tous les degrez du quart de cercle, pour un Sinus Total d'une grandeur determinée, on la pourra connoiſtre facilement par la Regle de trois pour un Sinus Total de quelqu'autre grandeur qu'on le voudra ſuppoſer.

Au reſte il faut ſçavoir que les Anciens diviſoient le Rayon en 60 parties égales, & dans ces meſmes parties ils

Digitized by Google

cherchoient la quantité des Sinus de tous les degrez du quart de cercle. Mais comme ce nombre de 60 parties ſeulement eſt trop petit pour avoir au juſte & ſans une erreur ſenſible la quantité des Sinus, à cauſe des fractions que l'on neglige, & des nombres irrationaux, qui ſe rencontrent ordinairement dans cette ſupputation ; les modernes ont ſuppoſé le Rayon de beaucoup plus de parties, afin que l'erreur qui doit provenir des nombres irrationels, & des fractions negligées ne ſoit pas ſenſible dans un ſi grand nombre de parties : & ils le ſuppoſent ordinairement de 10000000 de parties, & dans cette hypotheſe ils ont ſupputé la quantité des Sinus, des Tangentes & des Secantes, non ſeulement de tous les degrez du quart de cercle, mais encore de toutes les minutes, dont ils ont fait des Tables communément appellées les *Tables de Sinus*, qu'un Geometre doit ſouvent avoir entre les mains.

CHAPITRE

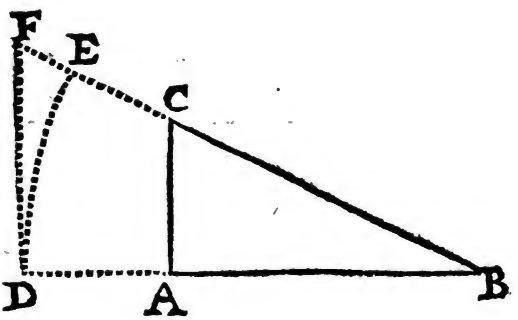
CHAPITRE II.

THEOREMES.

THEOREME I.

Dans un triangle rectangle, la raiſon d'un coſté à l'autre coſté eſt égale à celle du Rayon à la Tangente de l'angle oppoſé à cet autre coſté.

SOit du Triangle A B C rectangle en A, le coſté A B prolongé en D, en ſorte que B D ſoit le Sinus Total,



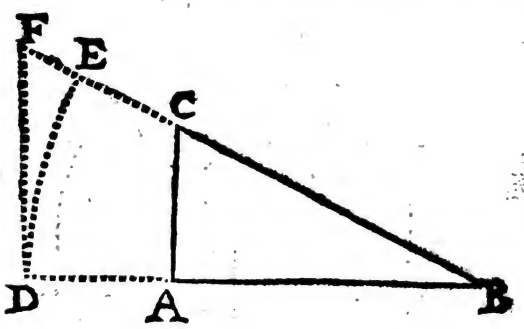
ou le demi-diametre de l'arc D E, le-

quel eſtant décrit du centre B eſt la meſure de l'angle A B C, par *Defin.* 1. Tirez du point D ſur le Rayon B D, la perpendiculaire D F, qui ſe trouvera terminée en F, par l'hypotenuſe prolongée B C, & alors on connoiſtra, par *Defin.* 3. qu'elle eſt la Tangente de l'arc D E, ou de l'angle B. Cela étant je dis que le coſté A B eſt à l'autre coſté A C, comme le Rayon B D, à la Tangente D F de l'angle B oppoſé à l'autre coſté A C. Cela eſt évident par 4. 6. parce qu'il eſt évident que les deux triangles rectangles A B C, DBF, ſont ſemblables, à cauſe de l'angle commun B, & des deux angles droits A, D, &c.

THEOREME II.

Dans un triangle rectangle, la raiſon d'un coſté à l'hypotenuſe, eſt égale à celle du Rayon à la Secante de l'angle adjacent à ce coſté.

SI l'on fait une preparation ſemblable à la precedente, on connoiſtra par *Defin.* 4. que la ligne B F eſt la ſecante de l'arc D E, ou de l'angle B.



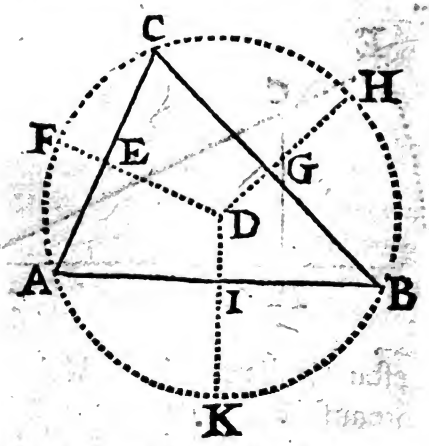
Cela eſtant je dis que le coſté A B eſt l'hypotenuſe B C, comme le Rayon B D, à la ſecante B F de l'angle B ad-

jacent à ce coſté A B. Cela eſt auſſi évident par 4. 6. à cauſe des triangles ſemblables A B C, D B F.

THEOREME III.

Dans un triangle, les Sinus des angles ſont proportionnels à leurs coſtez oppoſez.

IE dis que dans le triangle ABC, le ſinus de l'angle B eſt à ſon coſté oppoſé A C, comme le ſinus de l'angle C, à



ſon coſté oppoſé A B, & comme le

ſinus de l'angle A, à ſon coſté oppoſé BC. Car ſi par les trois poins A,B,C, on fait paſſer une circonference de cercle, & que de ſon centre D on tire ſur chacun des coſtez les perpendiculaires D F, D H, D K, elles diviſeront ces meſmes coſtez en deux également aux poins E, G, I, par 3. 3. & leurs arcs auſſi en deux également aux poins F, H, K ; & parce que chacun de ces arcs eſt double de ſon angle oppoſé, par 20. 3. leurs moitiez ſeront les meſures de ces meſmes angles, c'eſt à dire que l'arc A F ſera la meſure de l'angle B, l'arc A K la meſure de l'angle C, & l'arc B H la meſure de l'angle A, & encore parce que les ſinus des trois arcs A F, A K, B H, ou des angles B, C, A, ſont les trois lignes A E, A I, B G, moitié des coſtez A C, A B, B C, & que ces moitiez ſont en meſme raiſon que les coſtez, puiſqu'elles en ſont de ſemblables parties aliquotes, il s'enſuit que la ligne A E, ou le Sinus de l'angle B eſt à ſon double A C, qui eſt le coſté oppoſé à l'angle B, comme la ligne A I, ou le ſinus de l'angle C, à ſon double A B,

qui eſt le coſté oppoſé à l'angle C, & comme la ligne B G, ou le ſinus de l'angle A, à ſon double B C, qui eſt le coſté oppoſé à l'angle A. Ce qu'il faloit démontrer.

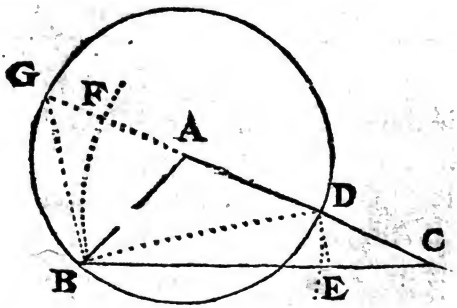
Si le triangle A B C, eſtoit rectangle, en ſorte que l'un de ſes angles, comme A, fût droit, le centre D du cercle conviendroit avec le point de milieu G de l'hypotenuſe B C, par 31.3. & la ligne B G eſtant le demi-diametre du cercle, ſeroit le ſinus de l'angle droit, ou de l'angle oppoſé A, & la demonſtration ſe feroit de la meſme façon.

Digitized by Google

THEOREME IV.

Dans un triangle Scalene, la ſomme de deux coſtez eſt à leur difference, comme la Tangente de la moitié de la ſomme des angles oppoſez à ces deux coſtez, à la Tangente de la moitié de leur difference.

IE dis que dans le triangle Scalene A B C, la ſomme des deux coſtez A B, A C, eſt à leur difference, com-



me la Tangente de la moitié de la ſomme des deux angles B, C, oppoſez aux

deux meſmes coſtez A B, A C, à la Tangente de la moitié de la difference des meſmes angles.

Pour la demonſtration, décrivez de l'angle A à l'intervalle du plus petit coſté A B, une circonference de cercle, qui coupant l'autre coſté A C prolongé, donnera C G la ſomme des coſtez A B, A C, & C D leur difference. Menez les droites B G, B D, & la droite D E parallele à B G. Enfin décrivez du point D par le point B, l'arc B F, & un autre arc du point B par le point D

Cette preparation eſtant faite, on void par 32. 1. que l'angle exterieur G A B, eſt la ſomme des angles ABC, A C B: c'eſt pourquoy l'angle G D B, qui en eſt la moitié, par 20. 3. ſera la moitié des meſmes angles A B C, ACB, & parce que l'angle A B D eſt égal à l'angle A D B, par 5. 1. il s'enſuit que l'angle A B D eſt auſſi la moitié de la ſomme des angles A B C, A C B. De plus l'angle G B D eſtant dans un demi-cercle eſt droit, par 31. 3. c'eſt pourquoy par 29. 1. l'angle B D E ſera auſſi droit. Ainſi à l'égard du même Rayon

Digitized by Google

B D, la ligne B G ſera la Tangente de l'angle B D G, ou de la moitié de la ſomme des angles A B C, A C B, & la ligne D E ſera la Tangente de l'angle D B C, qui eſt égal à la moitié de la difference des meſmes angles A B C, A C B; parce qu'il eſt ce de quoy le plus grand A B C ſurpaſſe la moitié de la ſomme des angles A B D, & ce de quoy le plus petit A C B eſt moindre que la moitié de la meſme ſomme des angles A D B, à cauſe que cet angle A D B eſt égal, par 32. 1. aux deux D B C, A C B.

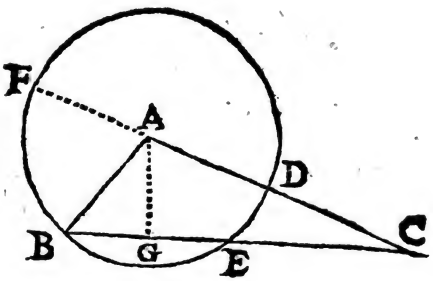
Nous ſcavons donc que C G eſt la ſomme des coſtez A B, A C, & que C D eſt leur difference. Nous ſçavons auſſi que B G eſt la Tangente de la moitié de la ſomme des angles A B C, A C B, & que D E eſt la Tangente de la moitié de leur difference : & parce que ces quatre lignes C G, C D, B G, D E, ſont proportionnelles, à cauſe des triangles ſemblables G B C, D E C, il s'enſuit que la ſomme des coſtez A B, A C, eſt à leur difference, comme la Tangente de la ſomme des angles A B C, A C B, à la Tangente de la moitié de leur diffe-

rence. Ce qu'il faloit démontrer.

THEOREME V.

Dans un triangle Scalene, le plus grand coſté eſt à la ſomme des deux autres, comme leur difference à la difference des Segmens du plus grand coſté, faits par la perpendiculaire, qui tombe du plus grand angle.

IE dis que ſi du plus grand angle A du triangle A B C, on tire ſur le plus grand coſté B C, la perpendicu-



laire A G, & qu'on décrive comme

auparavant, du meſme Angle A, à l'ouverture du plus petit coſté A B, une circonference de cercle, le plus grand coſté B C eſt à la ſomme C F des deux coſtez A B, A C, comme leur difference C D, à la difference C E des Segmens B G, C G.

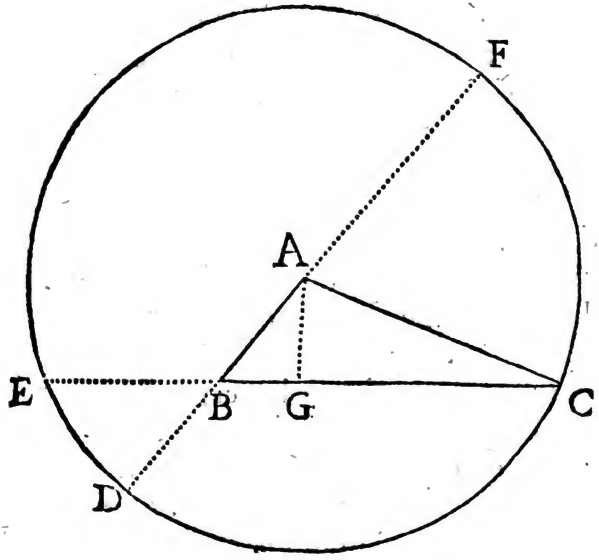
Car puiſque le rectangle B C E eſt égal au rectangle F C D, par 36. 3. il ſuit par 14. 6. que les quatre lignes B C, C F, C D, C E, ſont proportionnelles. Ce qu'il faloit démontrer.

Le Theoreme ſera encore veritable, quoyque le coſté B C ne ſoit pas le plus grand, pourvû que la perpendiculaire A G tombe au dedans du triangle, ce qui arrivera toûjours, lors qu'on la tirera du plus grand angle, comme il eſt aiſé à démontrer.

Mais pour la demonſtration du Theoreme, on auroit pû décrire du centre A une circonference de cercle par le point C, & alors en prolongeant les coſtez A B, B C, juſqu'à la circonference du cercle, on connoiſtra aiſément que B F eſt la ſomme des côtez A B, A C, & B D leur difference, & que B E eſt la difference des ſeg-

Digitized by Google

mens G B, G C : & parce que par 35. 3. le Rectangle D B F eſt égal au Re-

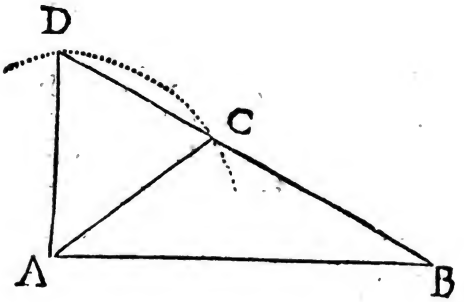


ctangle E B C, par 35. 3. on connoiſtra par 14. 6. que les quatre lignes BC, BF, BD, B E, ſont proportionnelles. Ce qu'il faloit démontrer.

THEOREME VI.

On peut avoir deux triangles inégaux, qui auront deux costez égaux, chacun au sien, & un angle égal opposé à un mesme costé.

AYant fait à volonté l'angle aigu A B D, décrivez du point A avec



une ouverture du compas un peu moindre que la ligne A B, l'arc de cercle C D, & par les poins C, D, où il coupe la ligne B D, prolongée quand il en sera besoin, tirez au point A, les

droites A C, A D, pour avoir les deux triangles A D B, A C B, qui ont deux coſtez égaux, ſçavoir A C, A D, & le coſté A B commun, & de plus un angle égal oppoſé à un meſme coſté, ſçavoir l'angle B, qui leur eſt commun, & qui eſt oppoſé aux coſtez égaux A C, A D.

Scolie.

Il eſt évident que l'angle D du triangle A D B eſt aigu, & que l'angle C du triangle A C B eſt obtus, & que ces deux angles A D B, A C B, font enſemble 180 degrez, à cauſe des deux angles égaux A D C, A C B, par 5. 1. D'où il ſuit que quand on connoiſtra l'angle D du triangle A D B, en oſtant cet angle D de 180 degrez, le reſte donnera l'angle C du triangle A C B.

Digitized by Google

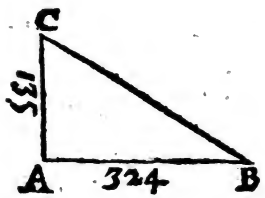
CHAPITRE III.

Du Calcul des Triangles Rectangles.

PROBLEME I.

Etant connus les deux costez, trouver les deux angles aigus.

SUppoſons que du triangle A B C, rectangle en A, on connoiſſe les deux coſtez A B, A C, que nous mettrons d'autant de toiſes que vous les voyez marquez icydãs la figure. Pour trouver l'un des deux angles aigus, B, C, comme B, faites cette analogie,



Comme le coſté adjacent A B,	324
Au coſté oppoſé A C;	135
Ainſi le Sinus Total	100000
A un quatriéme nombre	41666

Digitized by Google

Lequel ſera la Tangente de l'angle B, par *Theor.* 1. à laquelle il répond dans les Tables environ 22. 37. pour la quantité de l'angle B, dont le complement ſe trouve vis à vis dans l'autre page, ſçavoir 67. 23. pour l'autre angle C, qu'on peut auſſi trouver par cette analogie,

Comme le coſté adjacent A C	135
Au coſté oppoſé A B	324
Ainſi le Rayon	100000
A la Tangente de l'angle C	240000

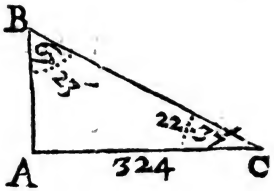
lequel ſe trouvera de 67. 23. comme auparavant.

PROBLEME II.

Eſtant connus les angles, & l'un des coſtez, trouver l'autre coſté.

NOus ſuppoſerons icy les deux angles aigus B, C, du triangle rectangle A B C d'autant de degrez & de minutes que vous les voyez icy marquez, & le coſté A C de 324 pieds.

Digitized by Google



Pour trover l'autre costé A B, faites par *Theor.* 1. cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
A la Tangente de l'angle C adjacent au costé connu A C	41666
Ainsi le costé connu A C	324
Au costé qu'on cherche A B	135

Ou bien faites, par *Theor.* 3. cette autre analogie,

Comme le Sinus de l'angle B	92309
A son costé opposé A C	324
Ainsi le Sinus de l'angle C	38456
A son costé opposé A B	135

Digitized by Google

PROBLEME III.

Eſtant connus les angles & un coſté, Trouver l'hypotenuſe.

LEs angles aigus B, C, du triangle rectangle precedent A B C, eſtant ſuppoſez connus, comme auparavant, & le coſté A C de 324 pieds, on trouvera l'hypotenuſe B C, en faiſant, par *Theor.* 2. cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
A la Secante de l'angle C adjacent au coſté connu A C	108330
Ainſi le coſté connu A C	324
A l'hypotenuſe B C	351

ou bien en faiſant par *Theor.* 3. cette autre analogie.

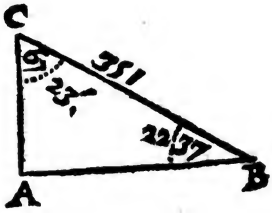
Comme le Sinus de l'angle B	92309
A ſon coſté oppoſé A C	324
Ainſi le Sinus de l'angle A	100000
A ſon coſté oppoſé B C	351

Digitized by Google

PROBLEME IV.

Estant connus les angles & l'hypotenuse, trouver celuy qu'on voudra des deux costez.

NOus supposerons icy les deux angles aigus B, C, de la mesme grandeur qu'auparavant, & l'hypotenuse B C de 351 pieds. Pour trouver l'un des deux costez A B, A C, comme A B, faites, par *Theor.* 3. cette analogie



Comme le Sinus Total	100000
A l'hypotenuse B C	351
Ainsi le Sinus de l'angle C	92309
A son costé oppose A B	324

Digitized by Google

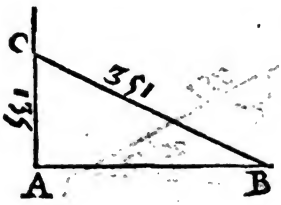
ou bien faites, par *Theor.* 2. cette autre analogie,

Comme la Secante de l'angle B	108330
Au Rayon	100000
Ainſi l'hypotenuſe B C	351
Au coſté A B	324

PROBLEME V.

Eſtant connuë l'hypotenuſe & un côté, trouver les angles aigus.

POur trouver les angles aigus B, C, & premierement l'angle C du trian-



gle rectangle A B C, par le moyen du coſté connu A C, & de l'hypotenuſe auſſi connuë B C, que nous ſuppoſerons d'autant de pieds, que vous les

Digitized by Google

voyez icy marquez, faites par *Theor.* 2. cette analogie,

Comme le costé connu A C 135
A l'hypotenuse connuë B C 351
Ainsi le Rayon 100000
A la Secante de l'angle C 260000

qui se trouvera de 67. 23. dont le complement donnera 22. 37. pour l'autre angle B, que l'on peut aussi trouver, en faisant par *Theor.* 3. cette analogie,

Comme l'hypotenuse B C 351
Au costé connu A C 135
Ainsi le Rayon 100000
Au sinus de l'angle B 38461

qui se trouvera d'environ 22. 37. comme auparavant.

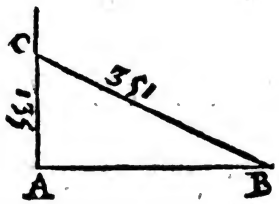
PROBLEME VI.

Estant connuë l'hypotenuse & un côté, trouver l'autre côté.

POur trouver le costé A B du triangle rectangle A B C, par le moyen de l'autre costé connu A C de 135. pieds, & de l'hypotenuse B C aussi connuë de 351 pieds, on trouvera les

angles aigus B, C, par le Probleme precedent, & par *Probl.* 2. ou 4. on pourra trouver le coſté A B, qu'on cherche.

Ou bien multipliez l'hypotenuſe B C par elle-même, pour avoir ſon quarré 123201. Multipliez auſſi le coſté connu A C par luy-même, pour avoir ſon quarré 18225, lequel eſtant oſté du premier quarré 123201, le reſte 104976 ſera le quarré du coſté A B, par 47. 1. c'eſt pourquoy ſi on prend la racine quarrée de ce reſte, on aura 324 pieds pour la quantité du coſté A B qu'on cherche.



Ou bien encore ajoûtez le coſté connu A C à l'hypotenuſe B C, pour avoir leur ſomme 486. Oſtez le meſme coſté connu A C de l'hypote-

nuſe connuë B C, pour avoir leur difference 216. Multipliez enſemble cette ſomme 486 & cette difference 216, pour avoir leur produit 104976, dont la racine quarrée donnera 324 pieds, comme auparavant, pour avoir la quantité du coſté A B, qu'on cherche.

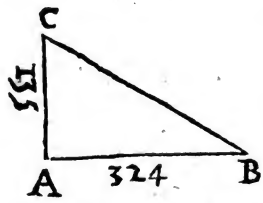
Il ſuit de cette regle, que la moitié de la ſomme des Logarithmes, de la ſomme & de la difference de l'hypotenuſe B C, & du coſté connu AC, eſt le Logarithme de l'autre coſté A B, qu'on cherche.

Digitized by Google

PROBLEME VII.

Eſtant connus les deux coſtez, trouver l'hypotenuſe.

POur trouver l'hypotenuſe B C du triangle rectangle A B C, par le moyen des deux coſtez connus A B de 324 pieds, & AC de 135 pieds, on trouvera premierement les angles aigus B, C, par *Probl.* 1. aprés quoy on pourra trouver l'hypotenuſe B C qu'on cherche, par *Probl.* 3.



Ou bien multipliez les coſtez connus A B, A C, chacun par luy-meſme, pour avoir leurs quarrez 18225, 104976, dont la ſomme 123201 eſt le quarré de l'hypotenuſe B C, par 47. 1. c'eſt pourquoy ſi on prend la racine quarrée de cette ſomme, on aura 351 pieds, pour la quantité de l'hypotenuſe BC, qu'on cherche.

Ou bien encore ajoûtez enſemble les

les deux coſtez connus A B, A C, pour avoir leur ſomme 459, dont le quarré eſt 210681. Multipliez enſemble les deux meſmes coſtez A B, A C, pour avoir leur produit 43740, dont le double eſt 87480, lequel eſtant oſté du precedent quarré 210681, il reſtera 123201, dont la racine quarrée donnera 351 pieds, comme auparavant, pour l'hypotenuſe B C qu'on cherche.

Nous n'avons pas icy donné la demonſtration de cette pratique, ny de la derniere du Probleme precedent, parce qu'elle eſt facile à trouver.

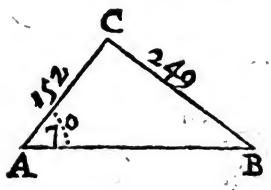
CHAPITRE IV.

Du Calcul des Triangles Obliquangles.

PROBLEME I.

Eſtant connus deux coſtez, & l'angle oppoſé à l'un des deux, trouver l'angle oppoſé à l'autre.

SUppoſons que du triangle obliquangle A B C, les deux coſtez AC, BC, ſoient d'autant de pieds que vous les voyez icy marquez, & l'angle A oppoſé au côté connu B C d'autant de degrez auſſi qu'il eſt icy marqué. Pour trouver l'angle B oppoſé à l'autre coſté connu A C, faites par *Theor.* 3. cette analogie.



Comme le coſté B C 249
Au Sinus de ſon angle oppoſé A 93969

Ainſi le coſté A C 152

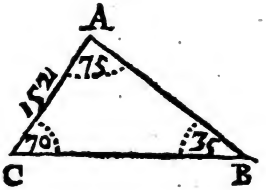
Au Sinus de ſon angle oppoſé B 57362

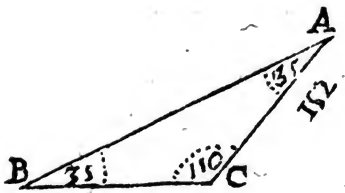
qui ſe trouvera d'environ 35 degrez, lors qu'il ſera aigu; & quand il ſera obtus, on ôtera ces 35 degrez trouvez de 180 degrez, & le reſte donnera 145 degrez pour la quantité de l'angle B obtus, par *Theor. 6.*

PROBLEME II.

Eſtant connus les angles, & un coſté, trouver celuy qu'on voudra des deux autres coſtez.

LEs angles du triangle A B C étant ſuppoſez d'autant de degrez que vous les voyez icy marquez, & le côté A C de 152 pieds, on trouvera les





deux autres coſtez A B, B C, comme A B, en faiſant, par *Theor.* 3. cette analogie,

Comme le Sinus de l'angle B	57362
A *ſon coſté oppoſé* A C	152
Ainſi le Sinus de l'angle C	93969
A *ſon coſté oppoſé* A B	249

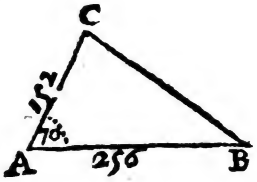
Parce que l'angle C eſt obtus dans la ſeconde figure, on le doit ôter de 180 degrez, & il reſtera 70 degrez, dont le Sinus eſt le même que celuy de 110, par *Defin* 5. ce qui fait que le côté A B ſe trouve de meſme grandeur dans chaque triangle.

Digitized by Google

PROBLEME III.

Estant connus deux costez, & l'angle qu'ils comprennent, trouver les deux autres angles.

LEs deux costez A B, A C, du triangle A B C, sont supposez d'autant de pieds que vous les voyez icy marquez, & l'angle A de 70 degrez. Pour trouver chacun des deux autres angles B, C, ostez l'angle con-



nu A de 180 degrez, & la moitié du reste donnera 55 degrez pour la moitié de la somme des deux angles inconnus B, C : & pour trouver la moitié de leur difference, on fera par *Theor.* 4. cette analogie.

Comme la ſomme des coſtez AB,AC 408
A *leur difference* 104
Ainſi la Tangente de la moitié de la ſomme des angles B, C, 142814
A *un quatriéme nombre* 36403
qui ſera la Tangente de la moitié de la difference des deux angles B, C, à laquelle Tangente il répond dans les Tables environ 20 degrez pour la moitié de la difference des deux angles B, C; laquelle étant oſtée & ajoûtée à la moitié de leur ſomme 55, on aura le plus petit angle B de 35 degrez, & le plus grand angle C de 75 degrez.

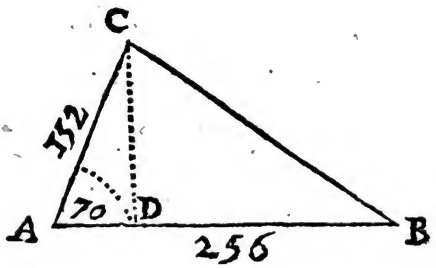
Ces deux meſmes angles B, C, ſe peuvent trouver autrement, ſans ſe ſervir du *Theor.* 4. comme vous allez voir dans le Probleme ſuivant.

Digitized by Google

PROBLEME IV.

Estant connus deux costez, & l'angle qu'ils comprennent, trouver le troisiéme costé.

LEs deux costez A B, A C, & l'angle A, du triangle A B C, sont supposez connus, comme auparavant, & il est proposé de trouver le troisié-



me costé B C. On trouvera, par le Probleme precedent, les deux angles B, C, & par *Probl.* 2. on pourra trouver le costé B C, qu'on cherche.

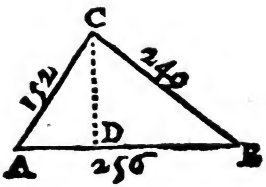
Ou bien tirez de l'un des deux angles inconnus, B, C, comme de l'angle C,

ſur ſon coſté oppoſé A B, la perpendiculaire C D, & dans le triangle rectangle A D C, connoiſſant les angles & l'hypotenuſe A C, on pourra connoiſtre la perpendiculaire C D, & le Segment AD, lequel étant icy ôté du côté connu AB, on aura l'autre Segment D B. Ainſi dans le triangle rectangle C D B, connoiſſant les deux coſtez C D, D B, on pourra connoiſtre & les angles & le coſté B C, qu'on cherche.

PROBLEME V.

Eſtant connus les trois coſtez, trouver les angles.

POur trouver les angles A B, C, du triangle A B C, dont les coſtez ſont



ſuppoſez d'autant de pieds que vous les voyez icy marquez, tirez du plus grand angle C ſur le plus grand coſté A B, la perpendiculaire C D, qui le diviſera en deux Segmens A D, B D, que nous trouverons en faiſant premierement, par *Theor.* 5. cette analogie,

Comme le plus grand coſté A B 256
A *la ſomme des deux autres coſtez* C A, C B 401
Ainſi leur difference 97
A *la difference des Segmens* A D, B D 152

laquelle eſtant ajoûtée au plus grand coſté A B, la moitié de la ſomme donnera 204 pour le plus grand Segment D B, & eſtant oſtée du meſme plus grand coſté A B, la moitié du reſte donnera 52 pour le plus petit Segment A D. Et dans chacun des deux triangles rectangles A D C, B D C, connoiſſant un coſté & l'hypotenuſe, on pourra connoiſtre par *Probl.* 5. *ch.* 3. les angles A, B, dont les complemens eſtant ajoûtez enſemble donneront le troiſiéme angle C.

Nous avons donné dans noſtre grand Traité de Trigonometrie, une autre

méthode pour resoudre ce Probleme : mais la methode la plus facile de toutes est la suivante, dont la demonstration estant trop longue, nous nous contenterons icy d'en expliquer simplement la pratique.

Ajoûtez ensemble les trois costez connus, & de la moitié de leur somme ostez chacun des deux costez qui comprennent l'angle qu'on cherche, comme si on cherche l'angle C, on ostera de cette moitié $328\frac{1}{2}$ les deux costez A C, B C, pour avoir les deux differences $176\frac{1}{2}$, $79\frac{1}{2}$; Aprés cela faites ces deux analogies,

Comme le premier costé A C	152
A *la premiere difference*	$176\frac{1}{2}$
Ainsi l'autre difference	$79\frac{1}{2}$
A *un quatriéme nombre*	$92\frac{19}{608}$
Comme l'autre costé B C	249
A*u quatriéme nombre trouvé*	$92\frac{19}{608}$
Ainsi le Rayon	100000
A *un septiéme nombre*	$37073\frac{44}{577}$

lequel estant multiplié par le Sinus Total 10000, la racine quarrée du produit donnera 60888 pour le Sinus de la moitié de l'angle qu'on cherche, laquelle se trouvera d'environ 37. 30.

Digitized by Google

dont le double donnera par conſequent 75 degrez, pour la quantité de l'angle propoſé C.

Quand on travaillera par Logarithmes, ce qui eſt icy tres-commode, on ajoûtera le Logarithme du Sinus Total au Logarithme du ſeptiéme nombre trouvé, & la moitié de la ſomme ſera le Logarithme du Sinus de la moitié de l'angle qu'on cherche.

SECONDE PARTIE.

DE

LA LONGIMETRIE.

LA Longimetrie ou la mesure des longueurs, considere les lignes à mesurer en trois façons differentes : car elles peuvent estre *Horizontales*, c'est à dire parallelles à l'Horison ; *Penchantes*, c'est à dire inclinées à l'Horison ; & *Verticales*, c'est à dire perpendiculaires à l'Horison : & ces trois peuvent estre *accessibles* & *inaccessibles*. Les *accessibles* sont celles dont on peut s'approcher, ou que l'on peut presque toûjours mesurer actuellement : & les *inaccessibles* sont celles dont on ne peut pas s'approcher, & que par consequent on ne peut mesurer qu'à l'aide de quelque instrument, comme du Demi-cercle, dont nous enseigne-

Digitized by Google

rons l'uſage dans les Problemes ſuivans, où nous nous ſervirons plûtoſt de la Trigonometrie que du Compas & de la Regle, parce que c'eſt le chemin le plus court & le plus aſſuré.

Auparavant que de venir à la pratique, il faut ſçavoir que les lignes ſe meſurent par d'autres lignes plus petites, qu'on appelle *Meſures*, qui ſont differentes dans les païs differens. La plus petite de toutes les meſures, dont on ſe ſert ordinairement, & qui eſt comme l'origine de toutes les autres; eſt la largeur d'un grain d'orge, qu'on appelle *Ligne.*

Douze lignes font un *Pouce.*

Douces Pouces font un *Pied.*

Un Pied & demy fait une *coudée.*

Deux Pieds & demy font *un pas commun.*

Deux pieds communs ou cinq Pieds font le *Pas Geometrique.*

Six Pieds font une *Toiſe*, ou *Braſſe.*

Cent vingt-cinq pas Geometriques font la *Stade* des Grecs.

Huit Stades, ou mille pas Geometriques font le *Mille* d'Italie, que l'on marquoit autrefois par une pierre de

Digitized by Google

taille, d'où vient le mot *lapidem*, quand on disoit *ad primum lapidem*, pour dire au premier mille.

Un pas Geometrique mis en pendule fait en une heure 1846 vibrations simples. D'où il est aisé de recouvrer la longueur du mesme Pas Geometrique, si elle estoit perduë, ou alterée, par l'experience commune, qui nous apprend que *les longueurs de deux pendules sont reciproquement proportionnelles aux quarrez des nombres de leurs vibrations en temps égal.*

Faites un pendule d'une longueur connuë, en la prenant depuis le centre de mouvement jusques au centre du poids spherique, qui est suspendu à l'extremité du pendule, & qui doit estre le mesme que celuy du pas Geometrique mis en pendule, afin que ces deux pendules soient à peu prés d'une mesme pesanteur. Aprés cela contez le nombre des vibrations simples, que ce pendule fera pendant une heure : il est évident que si ce nombre est égal à celuy des vibrations du pas Geometrique, c'est à dire à 1846, la longueur de ce mesme pendule sera égale à cel-

Digitized by Google

le du pas Geometrique, lequel par conſequent ſera connu : autrement on le pourra connoître par cette analogie,

Comme le quarré du nombre des vibrations du pas Geometrique,

Au quarré du nombre des vibrations du pendule ;

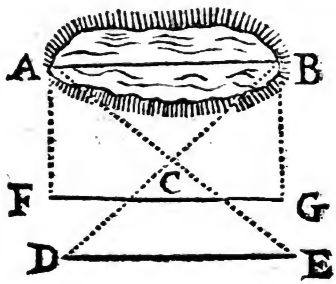
Ainſi la longueur du meſme pendule,

A la longueur du pas Geometrique.

PROBLEME I.

Meſurer une ligne Horizontale acceſſible des deux coſtez.

BIen que la ligne A B ſoit acceſſible des deux coſtez A & B, on ſuppo-



ſe neanmoins qu'on ne puiſſe pas aller tout au long, comme ſi elle repreſentoit la largeur d'un Etang, ou l'épaiſſeur d'un bois : autrement il ſeroit facile de la meſurer actuellement avec un cordeau, ou mieux avec une chaîne.

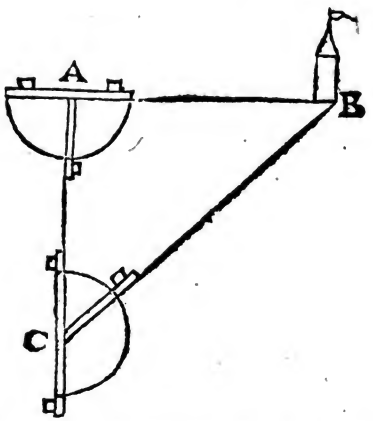
Choiſiſſez ſur le terrain un point commode, comme C, & meſurez les deux lignes C A, C B, que vous prolongerez en D, & en E, en ſorte que les deux lignes C D, C E, ſoient égales aux deux C A, C B, & meſurez la ligne D E, laquelle par 4. 1. ſera égale à la ligne A B, qu'on cherche.

Ou bien tirez à volonté des deux extremitez A & B, deux lignes égales & paralleles A F, B G, & meſurez la ligne F G, laquelle, par 33. 1. ſera égale à la ligne A B qu'on cherche.

PROBLEME II.

Meſurer une ligne horizontale acceſſible ſeulement d'un coſté.

ON ſuppoſe que la ligne horizontale AB eſt ſeulement acceſſible vers A, où par conſequent vous pourrez faire avec un Demicercle l'angle B A C, de telle grandeur qu'il vous plaira, ſelon la commodité du terrain, comme de 30 degrez, par la ligne AC, qui pourra auſſi eſtre de telle grandeur



que l'on voudra, comme de 144 pieds.

Digitized by Google

Aprés quoy faisant une seconde station en C, en pourra encore mesurer avec le Demi-cercle l'angle A C B, que nous supposerons de 130 degrez, & alors le troisiéme angle B inaccessible se trouvera de 20 degrez, parce qu'il est le reste des deux precedens à 180 degrez, par 32. 1. Ainsi dans le triangle A B C, connoissant les angles & le costé A C, on pourra trouver le costé, ou la ligne A B qu'on cherche, par cette analogie,

Comme le Sinus de l'angle B	34202
A *son côté opposé* A C	144
Ainsi le Sinus de l'angle C	76604
A *son côté opposé* A B	322

Cette methode ne m'a jamais manqué sensiblement, & elle réüssira toûjours bien, pourvû que dans le triangle A B C, il n'y ait point d'angle trop aigu, ny trop obtus ; & comme il est libre de faire l'angle B A C tel que l'on voudra, on le pourra faire droit, pour avoir un calcul plus aisé.

Mais il ne sera pas besoin de calcul pour trouver la ligne A B, si aprés avoir fait l'angle B A C droit, on prend la ligne A C d'une telle grandeur, que

Digitized by Google

l'angle C ſoit de 45 degrez : ou ſi aprés avoir fait l'angle B A C de 60 degrez, on prend la ligne A C d'une telle grandeur, que l'angle C ſoit auſſi de 60 degrez ou plus generalement ſi aprés avoir fait l'angle B A C tel que l'on voudra, on prend la ligne AC d'une telle grandeur que l'angle C ſoit le complement de la moitié de l'angle A : car dans tous ces cas le triangle A B C deviendra iſoſcele, & la ligne A C ſera égale à la longueur A B qu'on cherche.

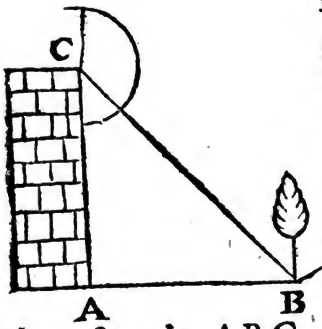
PROBLEME III.

Meſurer d'enhaut une ligne inacceſſible.

PRemierement ſi la ligne inacceſſible eſt horizontale, comme A B, au pied de laquelle il y ait une tour A C, en ſorte que l'angle C A B ſoit droit, on pourra aiſément meſurer cette ligne A B du ſommet C de la tour A C, en meſurant avec un Demi-cercle la

Digitized by Google

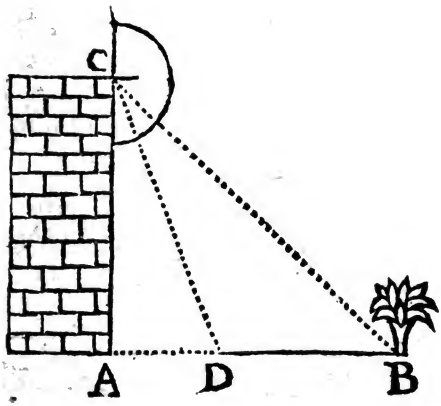
quantité de l'angle viſuel A C B, que nous ſuppoſerons de 60 degrez, & avec un perpendicule la hauteur A C de la tour, que nous ſuppoſerons de 125 pieds, afin que dans le triangle rectangle A B C, on puiſſe connoiſtre le coſté ou la longueur A B, qu'on cherche par cette analogie,



Comme le Sinus total 100000
A *la Tangente de l'angle viſuel* C 173205
Ainſi la hauteur de l'œil A C 125
A *la ligne* A B 216

Si la hauteur A C n'eſt pas preciſément à l'extremité de la ligne horizontale à meſurer D B, on meſurera comme auparavant la quantité des angles viſuels A C B, A C D, pour trouver par une methode ſemblable à la precedente, la longueur des lignes AB, AD, dans les deux triangles rectangles ABC, A D C, aprés quoy on oſtera la plus

petite A D de la plus grande AB, pour



avoir au reſte la longueur de la ligne D B, qu'on cherche.

Mais cette methode ſe peut abreger, en changeant les deux analogies, qu'il faudroit faire dans les deux triangles rectangles A B C, A D C, en une ſeule, telle qu'eſt la ſuivante,

Comme le Sinus Total,

A la difference des Tangentes des angles viſuels A C D, A C B,

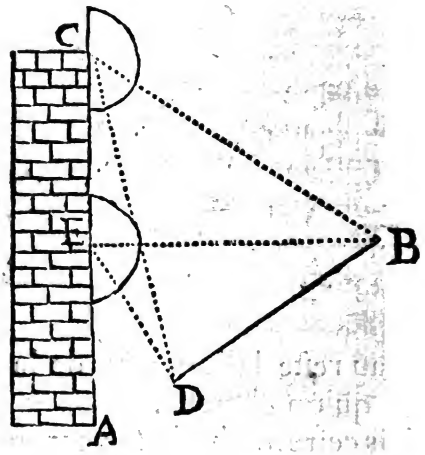
Ainſi la hauteur A C,

A la ligne D B qu'on cherche.

Secondement ſi la ligne à meſurer D B n'eſt pas horizontale, il faudra

Digitized by Google

faire une ſtation en un lieu éloigné de la premiere C autant qu'il ſera poſſible, ſur tout quand la ligne à meſurer



D B ſera bien grande, comme en E, pour prendre de nouveau la quantité des angles viſuels A E B, A E D : & comme il ſeroit icy inutile de meſurer la hauteur A C, on meſurera en ſa place la diſtance des ſtations E C. Aprés quoy on oſtera de l'angle A E D l'angle A C D, pour avoir l'angle E D C, & dans le triangle E C D, connoiſſant outre les angles le coſté C E, on

Digitized by Google

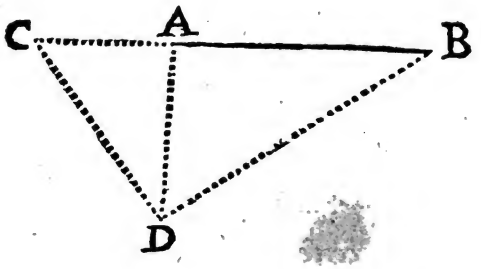
pourra connoiſtre par la Trigonometrie, celuy qu'on voudra des deux coſtez E D, C D. Pareillement on ôtera de l'angle A E B l'angle ACB, pour avoir l'angle E B C, & dans le triangle E C B, connoiſſant outre les angles le coſté C E, on pourra trouver celuy qu'on voudra des deux coſtez E B, C B. Enfin connoiſſant dans le triangle E D B, les deux coſtez, E D, E B, & l'angle compris D E B, qui eſt égal à la difference des deux connus A E D, A E B, ou bien connoiſſant dans le triangle C D B, les deux côtez CB, CD, & l'angle compris DCB, qui eſt égal à la difference des deux connus A C D, A C B, on pourra connoiſtre le troiſiéme coſté, ou la ligne D B qu'on cherche.

C'eſt de cette maniere qu'on meſurera d'enhaut la longueur d'un champ ou d'un pré, avec la hauteur d'un château ou d'une maiſon en ligne droite, ou la longueur, ou la largeur d'un toit, le penchant d'une colline, ou de quelque autre choſe ſemblable, dont les extremitez ſoient en ligne droite.

PROBLEME IV.

Meſurer de deſſus terre une ligne horizontale aeceſſible.

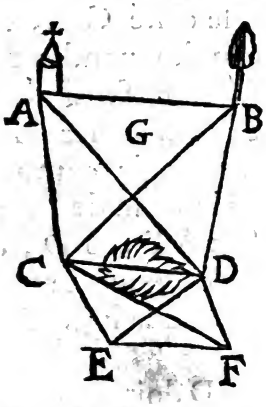
PRemierement ſi l'on peut faire une ſtation qui ſoit en ligne droite avec la ligne à meſurer A B, comme en C, faites au point C l'angle B C D, tel



qu'il vous plaira par la ligne C D d'une grandeur volontaire, & ayant fait une ſeconde ſtation au point D, meſurez avec un Demi-cercle la quantité des angles viſuels C D A, A D B, par le moyen deſquels & du premier C, il ne ſera pas difficile de connoiſtre tous

tous les autres angles. Ainſi dans le triangle A D C, connoiſſant les angles & le coſté C D, on pourra connoiſtre le coſté A D : & dans le triangle A D B, connoiſſant les angles & le coſté A D, on pourra connoiſtre le coſté ou la ligne A B qu'on cherche.

Secondement ſi vous ne pouvez pas faire voſtre premiere ſtation en un point qui ſoit en ligne droite avec la ligne à meſurer A B, faites-la où vous pourrez, comme en C, & meſurez avec un demi-cercle les angles ACD, ACB, BCD. Faites une ſeconde ſtation en quelque lieu commode, qui puiſſe eſtre vû de la premiere C, comme en D, & meſurez avec un demi-cercle les angles A D B, AD C, B D C, & avec un cordeau la ligne C D. Dans le triangle B C D, connoiſſant les deux angles C, D, leur comme eſtant oſtée de 180 degrez, don-



nera le troiſiéme angle B, & parce qu'outre les angles on connoiſt le côté C D, on pourra trouver par la Trigonometrie, celuy qu'on voudra des deux autres B C, B D. Pareillement dans le triangle A C D, connoiſſant les deux angles C, D, leur ſomme eſtant oſtée de 180 degrez, donnera le troiſiéme angle A, & parce qu'outre les angles on connoiſt le coſté C D, on pourra trouver celuy qu'on voudra des deux coſtez A C, A D. Enfin dans le triangle A B C, connoiſſant les deux coſtez A C, B C, & l'angle compris A C B; ou bien dans le triangle ADB, connoiſſant les coſtez A D, B D, & l'angle compris ADB, on pourra trouver le troiſiéme coſté, ou la ligne AB, qu'on cherche.

Comme la ligne C D doit eſtre d'une longueur conſiderable, quand la ligne à meſurer A B eſt extrémement longue, & qu'il peut arriver que la diſtance des deux poins C, D, ne puiſſe pas eſtre meſurée actuellement avec un cordeau, ou avec une chaîne, on la meſurera par la Trigonometrie, par une ſeule ſtation que l'on pourra faire

en E, ou en F, comme il a eſté enſeigné au *Probl.* 2. ou bien on la pourra meſurer ſans Trigonometrie, par *Prob.* 1.

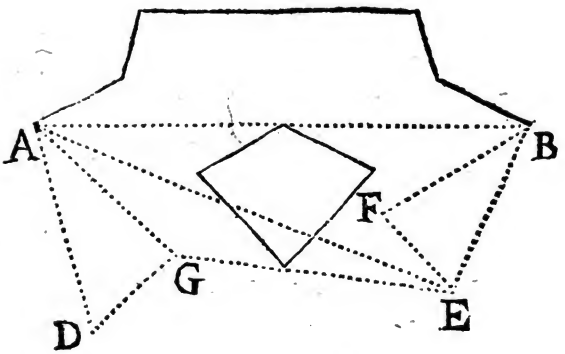
La maniere dont je me ſers ordinairement pour meſurer une ſemblable ligne acceſſible eſt telle. Faites une ſtation en quelque lieu commode, comme en G, & menez avec le demi-cercle de l'angle viſuel A G B. Prolongez la ligne A G en D, & la ligne B G en C, & faites en ſorte que les lignes C G, D G, ſoient chacune d'une grandeur connuë, & telle que l'on voudra. Meſurez encore avec un Demi-cercle les angles viſuels A C B, A D B, pour avoir dans chacun des triangles A G C, B G D, trois choſes connuës, ſçavoir deux angles & un coſté, ce qui ſuffit pour pouvoir connoiſtre par la Trigonometrie les coſtez A G, B G: & dans le triangle A G B, connoiſſant les deux coſtez A G, B G, & l'angle G qu'ils comprennent, on pourra trouver le troiſiéme coſté, ou la longueur A B, qu'on cherche.

Vous n'aurez pas beſoin de Trigonometrie, ſi vous faites vos deux ſta-

tions aux poins C & D, en ſorte que chacun des deux angles A C B, A D B, ſoit égal à la moitié de l'angle A G B. Car dans ce cas la diſtance des deux poins C, D, qu'il ſera facile de connoiſtre, donnera la quantité de la ligne propoſée A B.

Si le terrain ne vous permet pas de prolonger les lignes A G, B G, faites avec le demi-cercle les angles A G C, B G D, d'une quantité connuë, par les lignes G C, G D, d'une grandeur auſſi connuë, & achevez le reſte comme nous venons de dire.

Tout ce que nous avons dit ſuppoſe que d'un meſme point de ſtation on puiſſe voir les deux extremitez A, B,



Digitized by Google

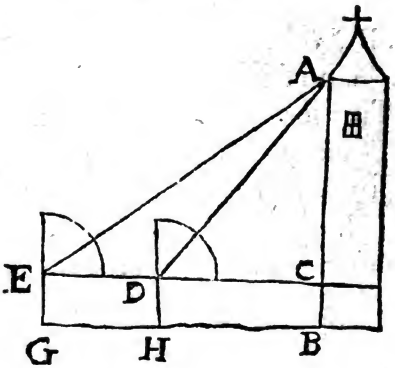
de la ligne à meſurer A B : mais s'il y a quelque empeſchement, comme ſi du point G on ne pouvoit voir que la pointe du baſtion A, à cauſe d'un Ravelin, qui eſtant devant la courtine oſteroit la vûë de la pointe de l'autre baſtion B ; on fera avec le demi-cercle l'angle A G D d'une grandeur connuë, par la ligne G D d'une grandeur auſſi connuë, & on meſurera l'angle D avec un demi-cercle, afin que dans le triangle A D G, on puiſſe connoiſtre par ſupputation la ligne A G. Aprés cela choiſiſſez un autre point commode, comme E, duquel on puiſſe voir les poins B,G, afin qu'on puiſſe meſurer avec un demi-cercle les angles A G E, G E B, & avec un cordeau la ligne G E. Ainſi dans le triangle A G E, connoiſſant les coſtez G A, G E, & l'angle G compris, on pourra connoiſtre par ſupputation le coſté A E, & l'angle G E A, lequel eſtant oſté de l'angle connu G E B, il reſtera de l'angle A E B. Faites enfin au point E l'angle B E F d'une grandeur connuë, par la ligne E F d'une quantité auſſi connuë, & meſurez l'angle F, afin que dans le

triangle B B F, connoiſſant deux angles & un coſté, on puiſſe connoiſtre le coſté E B ; & dans le triangle A E B. connoiſſant les deux coſtez E A, E B, & l'angle compris E, on pourra connoiſtre le troiſiéme coſté, ou la ligne A B qu'on cherche.

PROBLEME V.

Meſurer une hauteur acceſſible.

NOus ſuppoſerons icy que la hauteur A B eſt acceſſible, & qu'elle



eſt perpendiculaire ſur le Plan du ter-

rain B H. Prenez à volonté ſur ce plan B H, le point H, où vous éleverez à plomb le bâton D H haut de trois ou de quatre pieds, avec un Demi-cercle, dont le centre réponde au point D, & dont le diametre ſoit parallele à l'Horizon, en ſorte qu'il réponde à la ligne horizontale D C, afin qu'on puiſſe prendre la quantité de l'angle viſuel A D C, ſous lequel le ſommet A eſt vû : & parce que la hauteur A B eſt acceſſible, on pourra meſurer avec un cordeau ou autrement la ligne H B, ou D C ſon égale, que nous ſuppoſerons de 144 pieds: quant à l'angle viſuel A D C, nous le ſuppoſerons de 60 degrez, & alors on pourra trouver dans le triangle rectangle A D C, le coſté A C, par cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
A la Tangente de l'angle viſuel D	173205
Ainſi le coſté D C	144
Au coſté A C	249

auquel ajoûtant 3 pieds pour la ligne C B, ou D H, ſi elle eſt d'autant, on aura la hauteur propoſé A B de 152 pieds.

Pour connoiſtre ſi vous n'avez point manqué, faites une ſeconde ſtation en quelque autre lieu du meſme Plan horizontal HB, en ligne droite, comme en G, où vous ferez ce que vous venez de faire en H, & vous chercherez la ligne A C dans le triangle rectangle A E C, laquelle ſi vous avez bien fait, ſe doit trouver la meſme qu'auparavant.

PROBLEME VI.

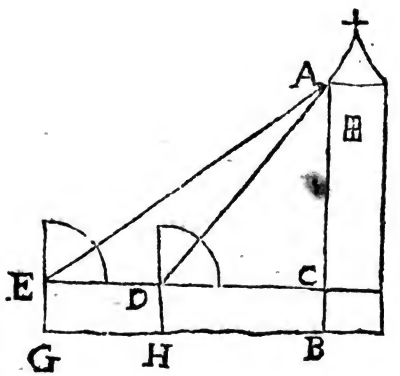
Meſurer d'embas une hauteur inacceſſible.

NOus ſuppoſerons comme auparavant que la hauteur inacceſſible A B eſt perpendiculaire ſur le Plan du terrain, & qu'on ne peut pas voir la baſe B; autrement on pourroit meſurer la ligne H B, acceſſible d'un coſté, par *Probl.* 2. & par le Probleme precedent on pourroit meſurer la hauteur A B, comme ſi elle eſtoit acceſſible.

Dans ce cas, il faudra faire deux ſtations, dont la premiere ſoit par

Digitized by Google

exemple en H, où l'on prendra la



quantié de l'angle viſuel A D C, comme il a eſté enſeigné au Probleme precedent, & la ſeconde ſoit en quelque autre lieu commode, comme en G, en ſorte que les trois poins G, H, B, faſſent une ligne droite, ce que l'on fera aiſément par le moyen du demi-cercle, bien que l'on ne voye pas la baſe B. Ayant donc tranſporté voſtre demi-cercle appuyé ſur le meſme bâton au point G, meſurez la quantité de l'angle viſuel A E C, que nous ſuppoſerons de 40 degrez : quant au premier A D C, nous le ſuppoſerons de 60 de-

grez. Meſurez encore avec un cordeau la diſtance des ſtations G H, ou D E ſon égale, que nous ſuppoſerons de 48 pieds. Cela eſtant ſuppoſé, oſtez de l'angle A D C l'angle A E C, pour avoir au reſte l'angle E A D, qui ſe trouvera de 20 degrez, & dans le triangle E D A, connoiſſant outre les angles, le coſté E D, on pourra trouver celuy qu'on voudra des deux autres coſtez A D, A E; aprés quoy dans lequel on voudra des deux triangles rectangles A C D, A C E, où l'on connoiſt outre les angles, l'hypotenuſe, on pourra trouver le coſté A C, auquel ajoûtant la hauteur de l'œil B C, on aura la hauteur A B qu'on cherche.

Mais ce coſté A C ſe peut trouver bien plus facilement : Car puiſque nous avons ſuppoſé l'angle A D C de 60 degrez, ſon complement C A D ſera de 30 degrez, dont la Tangente eſt 57735 pour la ligne C D à l'égard du Sinus Total A C 100000 : & parce que nous avons ſuppoſé l'angle A E C de 40 degrez, ſon complement E A C ſera de 50 degrez, dont la Tangente eſt 119175 pour la ligne C E, à l'égard

Digitized by Google

du meſme Sinus Total A C 100000 C'eſt pourquoy ſi on oſte la plus petite de ces deux tangentes de la plus grande, on aura 61440 pour leur difference D E, à l'égard du Sinus Total A C 100000. Ainſi nous ſçavons que ſi la ligne D E eſtoit de 61440 pieds, le coſté A C ſeroit de 100000 pieds, & pour ſçavoir de combien de pieds ce meſme coſté A C ſera, lorſque la ligne D E ne ſera que de 48 pieds, telle que nous l'avons icy ſuppoſée, on doit faire cette analogie,

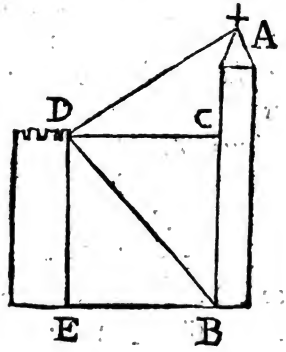
Comme la difference des Tangentes	61440
Au Sinus Total	100000
Ainſi la ligne D E	48
Au coſté A C	78

auquel ajoûtant 3 pieds pour la hauteur de l'œil B C, on connoiſtra que la hauteur propoſée A B eſt de 81 pieds.

PROBLEME VII.

Meſurer d'enhaut une hauteur inacceſſible.

SUppoſons que du ſommet D de la tour D E, il faille meſurer la tour A B, & que ſa baſe B puiſſe eſtre vûë

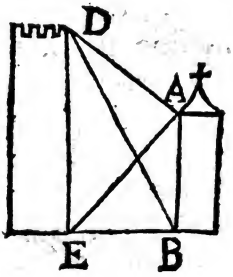


du point D, & de plus que les deux baſes E, B, ſoient au niveau, en ſorte que chacun des deux angles E, B, ſoit droit, autrement il faudra meſurer la hauteur A B, comme il a eſté enſeigné au *Probl.* 3.

Digitized by Google

Premierement ſi la hauteur à meſurer A B eſt plus grande que la hauteur D E, on meſurera avec un perpendicule la hauteur D E, & avec un demi-cercle l'angle viſuel E D B, afin que dans le triangle rectangle D E B, on puiſſe trouver par la Trigonometrie, la diſtance E B, égale à ſa parallele C D : & ſi dans le triangle rectangle A C D, on meſure avec un demi-cercle l'angle viſuel A D C, on pourra connoiſtre par le ſupputation la ligne A C, à laquelle ajoûtant la ligne B C égale à la hauteur D E, on aura la hauteur A B qu'on cherche.

Secondement ſi la hauteur à meſurer A B eſt plus petite que la hauteur



D E, au lieu de meſurer la diſtance EB, on meſurera le rayon viſuel DB dans le meſme triangle rectangle D EB: & ſi on meſure encore avec le demicercle l'angle viſuel B D A, on pourra trouver par ſupputation dans le triangle A D B, dont l'angle A B D eſt égal au connu B D E, la hauteur A B qu'on cherche.

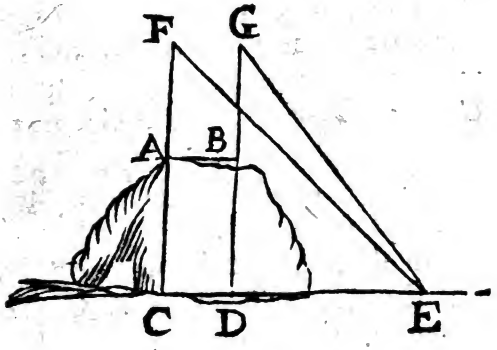
PROBLEME VIII.

Meſurer la hauteur d'une montagne ſur laquelle on eſt ſitué.

NOus ſuppoſons que ſur la montagne, dont on cherche la hauteur, il y ait une plaine A B, aſſez étenduë pour y pouvoir faire deux ſtations A, B, deſquelles on puiſſe voir un meſme point pris à diſcretion ſur la campagne comme E, qu'il faut auſſi ſuppoſer de meſme hauteur que la baſe de la montagne, & par conſequent au niveau avec les deux poins C, D, qui répondent à plomb aux deux poins de ſtation A, B, où l'on prendra avec un Demi-cercle la quantité de sangles viſuels C F E,

Digitized by Google

DGE, en ſuppoſant que les deux bâtons AF, BG, qui doivent eſtre élevez à plomb, & ſur leſquels le De-



mi-cercle eſt appuyé, ſont égaux, ce qui rendra les deux lignes CF, DG, égales & paralleles, & conſequemment la ligne CD égale à la ligne AB, qui eſt connuë, puiſqu'on la peut meſurer avec un cordeau.

Cela eſtant fait, puiſque l'on connoiſt l'angle CFE, on connoiſtra dans les Tables ſa Tangente CE, à l'égard du Sinus Total CF, & pareillement puiſque l'on connoiſt l'angle DGE, on connoiſtra ſa Tangente D E à l'égard du Sinus Total G D égal au premier F C, & ſi on ôte la Tangente D E de

la Tangente C E, la difference des Tangentes donnera C D ou A B, à l'égard d'un Sinus Total F C ou G D de 100000 parties : & comme la ligne A B eſt déja connuë, pour trouver à l'égard de ſa valeur le rayon F C, on fera cette analogie,

Comme la difference des Tangentes,
Au Sinus Total ;
Ainſi la ligne A B,
A la ligne F C,

de laquelle oſtant la hauteur de l'œil A F, il reſtera la hauteur A C de la montagne. C'eſt de la meſme façon que l'on meſurera une profondeur.

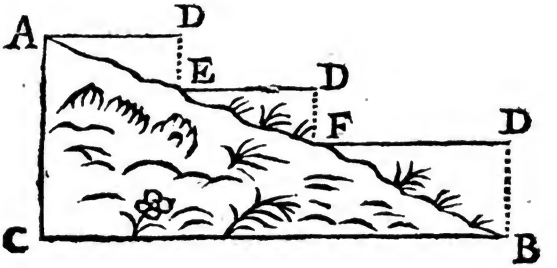
PROBLEME IX.

Meſurer la hauteur & la largeur d'une montagne.

NOus ſuppoſons que la montagne A B C ne ſoit pas extremement haute, & qu'on la puiſſe aiſément parcourir depuis le haut juſques au bas, c'eſt à dire depuis A juſques en B, & alors on pourra meſurer mecanique-

Digitized by Google

ment ſa hauteur A C, & ſa largeur BC en cette ſorte.



Pour donc meſurer la hauteur AC, & la largeur B C de la montagne ABC, mettez à ſon ſommet A la régle AD parallele à l'horizon d'une longueur votaire & la plus grande qu'il ſera poſſible, & il ſera facile de donner à cette regle une ſituation horizontale par le moyen d'un niveau. Faites pendre de ſon extremité D le perpendicule DE, & au point E, où il toûche la montagne, appliquez de nouveau la regle E D, égale à la precedente ſi vous voulez, en ſorte que ſa ſituation ſoit toûjours horizontale, & faites comme auparavant pendre de ſon extremité D, le perpendicule D F, pour appliquer de la même façon une troiſié-

Digitized by Google

me regle FD au point F, où il touche la montagne, & continuez ainſi, juſqu'à ce que vous ſoyez parvenu au bas de la montagne B. Cela eſtant fait, il eſt évident que la ſomme de tous les perpendicules D E, D F, D B, donnera la hauteur A C de la montagne, & que la ſomme de toutes les regles A D, E D, F D, donnera la largeur B C.

La largeur B C, & la hauteur A C, ſe peuvent auſſi connoiſtre par la Trigonometrie, en meſurant la longueur A B de la montagne avec un cordeau, & avec un Demi-cercle l'angle D A B, qui eſt égal à l'angle A B C, à cauſe des deux paralleles A D, B C; car ainſi connoiſſant dans le triangle rectangle A B C, les angles & l'hypotenuſe A B, on pourra connoiſtre par ſupputation les coſtez A C, B C.

Icy on ne trouve la largeur B C, que depuis le point C, qui répond perpendiculairement au ſommet A de la montagne, & ſi on la veut avoir entiere, on fera de l'autre coſté de la montagne, ce qui a eſté fait de celuy-cy.

Digitized by Google

SCOLIE.

Nous remarquerons icy en paſſant; qu'une piece de terre, inclinée & auſſi longue que le penchant de la colline A B ne produira pas plus qu'une plaine auſſi longue que la baſe B C. Car il eſt bien évident que ſi la ligne B C eſt capable de contenir par exemple cent arbres, la ligne A B n'en pourra pas contenir davantage, bien qu'elle ſoit plus longue, à cauſe des arbres qui croiſſent naturellement perpendiculaires à l'Horizon, ce qui fait qu'ils ſont bien perpendiculaires à la ligne Horizontale B C, mais non pas à l'inclinée A B. Ainſi celuy-là ſe tromperoit beaucoup, qui donneroit autant d'une piece de terre ſituée dans le penchant d'une colline, ſur tout quand elle ſera beaucoup inclinée, que d'une autre de meſme contenu ſituée dans une plaine.

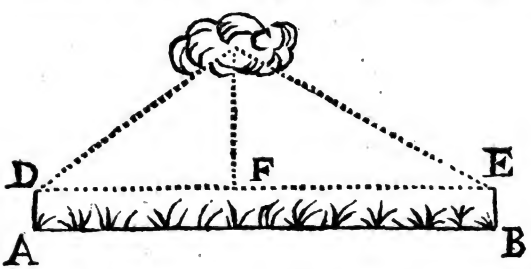
PROBLEME X.

Meſurer la hauteur d'une nuée.

POur meſurer la hauteur d'une nuée, lorſqu'elle n'aura pas un mouve-

Digitized by Google

ment trop rapide, il faut que les obſervateurs ſoient ſituez dans une longue plaine, éloignez entre-eux autant qu'il ſera poſſible, en ſorte que néanmoins la diſtance A B des ſtations ne ſoit pas ſi longue que l'un des obſervateurs, ne puiſſe entendre un coup de mouſquet que l'autre doit tirer, pour faire connoiſtre au premier qu'il doit regarder en même temps que luy un même point remarquable de la nuée, dont ils doivent avoir convenu en ſe quittant, comme C, pour prendre chacun en



même temps avec un Demi-cercle, la quantité des angles viſuels C D E, C E D; car ainſi on aura dans le triangle D C E, outre les angles, le coſté D E connu comme eſtant égal à la diſtance des ſtations A, B, laquelle ſe peut aiſément meſurer avec un cordeau, ou

autrement. C'eſt pourquoy on pourra connoiſtre par la Trigonometrie celuy qu'on voudra des deux coſtez C D, C E, & enſuite la perpendiculaire C F, à laquelle ajoûtant la hauteur de l'œil, on aura la hauteur de la nuée qu'on cherche.

Digitized by Google

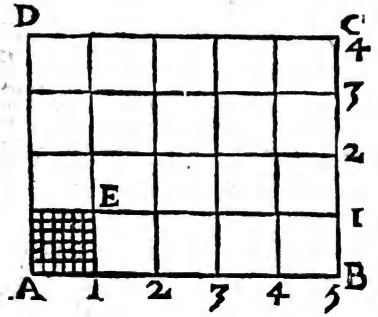
TROISIEME PARTIE.

DE

LA PLANIMETRIE.

COmme dans la Longimetrie on mesure les lignes par d'autres lignes plus petites, de même dans la Planimetrie on doit mesurer les Plans par d'autres Plans plus petits, qui sont toûjours quarrez, parce qu'ils sont les plus commodes pour l'usage comme par des pieds quarrez, de toises quarrées, &c.

Comme si du Parallelogramme rectangle A B C D, la longueur A B estoit de 5 toises, & la largeur B C de 4, l'aire ou le contenu de ce Parallelogramme se trouveroit de 20 toises quarrées, qui sont formées par l'intersection de certaines lignes tirées en long & en travers par les divisions des



coſtez oppoſez du Parallelogramme propoſé A B C D.

De meſme pour avoir le contenu ou la capacité du quarré A E, qui repreſente une toiſe quarrée, & dont chacun des coſtez eſt par conſequent de 6 pieds, nous tirerons par les diviſions des coſtez oppoſez des lignes droites, leſquelles par leur mutuelle interſection formeront 36 pieds quarrez, pour l'aire du quarré propoſé, ou de la toiſe quarrée A E.

Neanmoins l'aire de ce quarré A E & du Parallelogramme rectangle A B C D, ſe peut trouver avec bien moins de peine par la ſeule multiplication. Car ſi on multiplie enſemble les nombres des deux coſtez qui font l'angle

droit, c'eſt à dire la longueur par la largeur, on aura le nombre des meſures quarrées contenuës dans le Parallelogramme propoſé. Ainſi multipliant 5, par 4, on aura 20 toiſes quarrées pour le contenu du Parallelogramme rectangle A B C D ; & multipliant 6 par 6, on aura 36 pieds quarrez, pour la valeur de la toiſe quarrée A E.

D'où il ſuit que quand on multiplie deux lignes enſemble, on a le contenu de leur rectangle, c'eſt à dire d'un Parallelogramme rectangle, dont elles repreſentent la longueur & la largeur : & que quand on multiplie une ligne par elle-meſme, on a la capacité de ſon quarré. Ainſi on connoiſtra qu'une toiſe courante ayant 6 pieds, une toiſe quarrée aura 36 pieds quarrez ; & qu'un pied ayant 12 pouces, un pied quarré aura 144 pouces quarrez, & que pareillement une perche ayant 18 pieds, une perche quarrée aura 324 pieds quarrez ; ainſi des autres.

C'eſt pourquoy quand on aura des toiſes quarrées à reduire en pieds quarrez, au lieu de multiplier ces toiſes

ſes par 6, il les faudra multiplier par 36 : & quand on aura des pieds quarrez à reduire en pouces quarrez, au lieu de multiplier ces pieds par 12, on les multipliera par 144. Tout au contraire quand on aura des pieds quarrez à reduire en toiſes quarrées, au lieu de les diviſer par 6, on les diviſera par 36 : & quand on aura des pouces quarrez à reduire en pieds quarrez, au lieu de les diviſer par 12, on les doit diviſer par 144, &c.

Digitized by Google

CHAPITRE I.

THEOREMES.

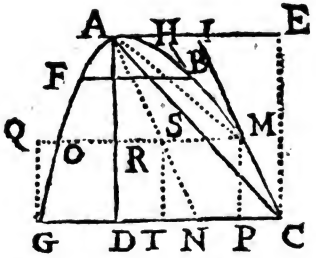
THEOREME I.

Si de la ligne courbe ⌒ A B C, dont le diametre eſt A D, & la touchante au ſommet eſt A E, parallele à l'ordonnée C D, on forme ſur le diametre A D, la ligne courbe A F G, dont l'ordonnée D G ſoit égale à la partie A I terminée par la touchante correſpondante C I, & pareillement l'ordonnée L F égale à la partie A H terminée par la touchante correſpondante B H, & ainſi des autres, & qu'on tire la droite A C, l'eſpace A D G F A ſera double du Segment A B C A.

POur la demonſtration, tirez par le ſommet A à la touchante C I, la parallele A N, & prenez ſur la courbe

A B C, le point M infiniment proche du point C,& alors la ligne C M étant infiniment petite, pourra paſſer pour une ligne droite, & par conſequent pour une partie de la touchante C I. Tirez par le meſme point M au diametre A D, la parallele M P, & achevez le Parallelogramme M P G Q. Enfin tirez la droite A M, & par le point S au diametre A D la parallele S T.

Cette preparation eſtant faite, on connoiſtra aiſément que les deux pa-



rallelogrammes D G Q R, P T S M ſont égaux, puis qu'ils ont les angles & les coſtez égaux, chacun au ſien. Et parce que le parallelogramme PTSM eſt égal au parallelogramme C N S M, par 35. 1. & que celuy-cy eſt double du triangle A C M, par 41. 1. il s'enſuit

que le parallelogramme D G Q R eſt auſſi double du triangle A C M. Et comme le point Q tombe ſur la courbe A F G en O, parce que le parallelogramme PGQM n'a point de largeur, puiſque les deux poins C, M, ſont ſuppoſez infiniment proches, on peut prendre le trapeze D G O R pour le parallelogramme D G Q R. Ainſi nous ſçavons que le trapeze D G O R eſt double de ſon triangle correſpondant A C M. D'où il eſt aiſé de conclure, que tous les trapezes infinis, dont l'eſpace ADGFA eſt compoſé, ſont doubles de tous les triangles infinis correſpondans, qui compoſent le Segment A B C A, & que par conſequent tout l'eſpace A D G F A eſt double de tout le Segment A B C A. Ce qu'il faloit demontrer.

Ce Theoreme eſt de grand uſage, comme vous verrez dans la ſuite; & je n'ay pas encore appris que perſonne l'ait demontré ſi generalement que nous.

Digitized by Google

THEOREME II.

Vne Parabole eſt à un parallelogramme de meſme baſe & de meſme hauteur, comme 2 eſt à 3.

POur démontrer dans la meſme figure, que ſi la courbe A B C eſt la circonference d'une Parabole telle que nous l'avons definie ailleurs, l'eſpace Parabolique A D C B A eſt au Parallelogramme A D C E, qui a la meſme baſe D C & la meſme hauteur, comme 2. eſt à 3, que l'on en forme par le Theoreme precedent, ſur le diametre A D, la courbe A F G, (qui ſera la circonference d'une autre Parabole, dont le Parametre ſera le quart de celuy de la propoſée) comme il a eſté enſeigné au Theoreme precedent, où nous avons demontré que l'eſpace A D G F A eſt double du Segment Parabolique A C B A, & alors on connoiſtra aiſément que le petit eſpace Parabolique A D G F A n'eſt que la moitié du grand

A D C B A, parce que les ordonnées G D, L F, &c. ou les lignes A I, AH, &c. ne ſont que les moitiez des ordonnées correſpondantes C D, B L, &c. par la proprieté de la touchante de cette Parabole, qui eſt plane, & que par conſequent le meſme grand eſpace Parabolique ADCBA eſt quadruple du Segment ACBA, & le triangle A D C triple du meſme Segment, & conſequemment le parallelogramme A D C E ſextuple du meſme Segment A C B A : & comme nous avons reconnu que la Parabole A D C B A, eſt quadruple de ce Segment, il s'enſuit que la Parabole A D C B A eſt au parallelogramme A D C E comme 4 à 6, ou comme 2 à 3. Ce qu'il faloit demontrer.

Scolie.

Puiſque le triangle ADC ; ou AEC ſon égal eſt triple du Segment ACBA, il s'enſuit que le complement Parabolique ABCE eſt double du meſme Segment, & parce que le parallelogramme ADCE eſt ſextuple de ce Segment, le complement Parabolique ABCE ſera au parallelogramme ADCE, comme 2 à 6, ou comme 1. à 3.

Si la Parabole ADC eſtoit ſolide, en ſorte que les cubes des ordonnées CD, BL, &c. fuſſent proportionnels aux parties correſpondantes du diametre AD, AL, on trouveroit par un raiſonnement ſemblable au precedent, que le complement Parabolique ABCE, ſeroit au parallelogramme ADCE, comme 1. à 4, parce que la proprieté de la touchante de cette nouvelle Parabole eſt que AI, ou DG ſon égale eſt à l'ordonnée correſpondante CD, comme 2 à 3, & que pareillement AH ou LF ſon égale eſt à l'ordonnée correſpondante LB, comme 2 à 3, & ainſi de toutes les autres. D'où l'on conclud ſans peine que le petit eſpace Parabolique

ADGFA est au plus grand ADCBA, aussi comme 2 à 3 : & comme il est au Segment Parabolique ACBA, comme 2 à 1, par le Theoreme precedent, il s'ensuit que l'espace Parabolique ADCBA est au Segment Parabolique ACBA, comme 3 à 1, &c.

On trouvera aussi par un raisonnement semblable au precedent, que si la Parabole ADC est d'un degré plus élevé, en sorte que les quarré-quarrez des ordonnées CD, BL, &c. soient proportionnels aux parties correspondantes du diametre AD, AL, &c. le complement parabolique ABCE est au parallelogramme ADCE, comme 1 à 5, parce que la proprieté de la touchante de cette Parabole Planoplane est que AI ou DG son égale est à l'ordonnée correspondante CD comme 3 à 4, & que pareillement AH ou LF son égale est à l'ordonnée correspondante BL, comme 3 à 4. D'où il est aisé de conclure que le petit espace Parabolique ADGFA est au plus grand ADCBA, aussi comme 3 à 4, &c.

Ainsi on peut demontrer que dans une suite infinie de Paraboles de differens degrez, le complement Parabolique ABCE

eſt au parallelogramme A D C E, *comme* 1. *à* 3, *à* 4, *à* 5, *à* 6, *& ainſi enſuite ſelon l'ordre des nombres naturels ; ce que l'on doit bien remarquer, parce que dans la ſuite nous en tirerons de belles conſequences. Cela dépend de la proprieté des touchantes de toutes ces Paraboles, qui eſt que* A I *eſt à l'ordonnée correſpondante* C D, *comme* 1 *à* 2, *comme* 2 *à* 3, *comme* 3 *à* 4, *comme* 4 *à* 5, *& ainſi enſuite. Cette proprieté ſera facile à demontrer à celuy qui entendra un peu l'Algebre ; & pour ne pas m'éloigner de la brieveté que je me ſuis propoſée dans ce Traité de Geometrie Pratique, je n'en parleray pas davantage.*

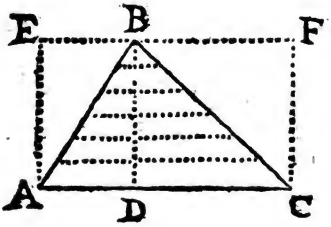
THEOREME III.

La ſomme des quantitez infinies en continuelle proportion arithmetique en commençant depuis 0, *eſt égale à la moitié de la plus grande multipliée par le nombre qui exprime la multitude de toutes ces quantitez.*

PUiſque l'on ſuppoſe que toutes ces quantitez ſont dans une continuelle proportion arithmetique, on peut conſiderer la plus grande comme la baſe A C du triangle A B C, & la plus petite, ou 0, comme le ſommet B, & toutes les autres comme des lignes droites tirées parallelement à la baſe A C au dedans du triangle ABC, en ſorte qu'elles diviſent la perpendiculaire B D en une infinité de parties égales, afin que ces parties égales eſtant ſelon l'ordre des nombres naturels 0, 1, 2, 3, &c. en les comptant depuis B, & con-

Digitized by Google

ſequemment dans une continuelle proportion arithmetique, ces lignes conſervent une même proportion, à cauſe de la ſimilitude des triangles infinis,



dont le triangle A B C eſt compoſé : & qu'ainſi la perpendiculaire B D repreſente le nombre de ces mêmes quantitez. Et parce que multipliant la baſe AC par la perpendiculaire B D ; on a le contenu du parallelogramme rectangle A E F C, qui a même baſe & même hauteur qne le triangle A B C, & qui eſt double de ce même triangle par 41. 1. il s'en ſuit que la moitié de la plus grande quantité A C multipliée par la perpendiculaire B D, ou par le nombre des quantitez infinies arithmetiquement proportionnelles, eſt égale au triangle A B C, c'eſt à dire à la ſomme de ces mêmes quantitez. Ce

qu'il faloit demontrer.

Ce Theoreme eſt auſſi vray, quand le nombre des quantitez en continuelle proportion arithmetique n'eſt pas infini, & que la premiere n'eſt pas 0, *ſi au lieu de la plus grande on prend la ſomme de la plus grande & de la plus petite : mais comme cela ne contribuë rien à noſtre deſſein, nous n'en parlerons pas davantage.*

THEOREME IV.

La ſomme des quarrez infinis des quantitez en continuelle proportion arithmetique, en commençant depuis 0, *eſt égal au tiers du plus grand quarré multiplié par le nombre qui exprime la multitude de ces quarrez.*

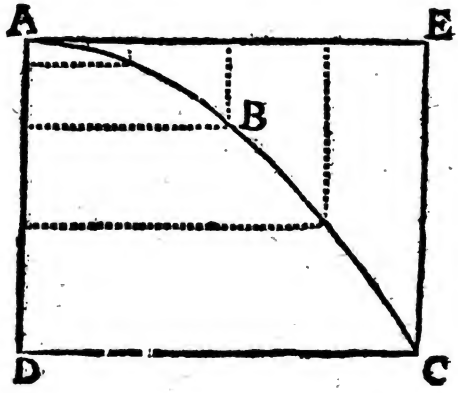
PUiſque l'on ſupoſe que les côtez de tous ces quarrez ſont dans une continuelle proportion arithmetique, on peut conſiderer tous ces quarrez dans

une Pyramide, dont la baſe ſoit le plus grand quarré, & le ſommet le plus petit quarré, ou o, en ſorte que tous ces quarez qui compoſent la Pyramide, diviſent ſa hauteur en une infinité de parties égales, afin que ces parties égales eſtant dans une continuelle proportion arithmetique, en les comptant depuis la pointe de la pyramide, les coſtez de ces quarrez ſoient dans cette même proporion, & qu'ainſi la hauteur de la Pyramide repreſente le nombre de ces quarrez. Et parce qu'en multipliant la baſe de la Pyramide par ſa hauteur, on a le contenu d'un Priſme lequel par 7. 12. eſt triple de la Pyramide, il s'enſuit que le tiers du plus grand quarré multiplié par la hauteur de la Pyramide; ou par le nombre des quarrez, eſt égal à la Pyramide, c'eſt à dire à la ſomme de ces mêmes quarrez. Ce qu'il faloit demontrer.

Comme cette demonſtration eſt particuliere, & qu'elle depend des principes de la Stereometrie, dont nous n'avons pas encore parlé, nous en donnerons une autre plus generale, de laquelle nous tirerons pluſieurs belles conſequences.

Digitized by Google

Soit ſur l'axe A D la parabole plane A B C D, dont C D ſoit perpendiculaire à l'axe A D, & par conſequent une otdonnée, & ſoit achevé le rectangle ADCE. Diviſez le coſté AE en une



infinité de parties égales, & menez par les poins de diviſion des lignes paralleles entre elles & l'axe A D, leſquelles ſeront terminées à la circonference A B C de la parabole : & compoſeront le complement parabolique A B C E, de ſorte que la ligne A E repreſentera le nombre de toutes ces paralleles, dont les valeurs ſont dans la raiſon des quarrez des nombres natu-

Digitized by Google

rels, o, 1, 2, 3, &c. & conſequemment des quantitez en continuelle proportion arithmetique, par la nature de cette Parabole. C'eſt pour quoy on peut conſiderer le complement parabolique A B C E comme la ſomme des quarrez infinis de quantitez infinies en continuelle proportion arithmetique, dont le plus grand eſt E C, & le plus petit ou o eſt le point A. Et comme en multipliant ce plus grand E C par la ligne A E, qui exprime le nombre de tous ces quarrez, on a l'aire du rectangle A D C E, lequel eſt triple du complement parabolique A B C E, par *Theor.* 2. il s'enſuit que le tiers du plus grand quarré EC multiplié par le nombre A E de tous les quarrez, eſt égal au complement parabolique A B C E, c'eſt à dire à la ſomme de ces mêmes quarrez. Ce qu'il faloit demontrer.

Scolie.

On demontrera de la méme façon que *la ſomme des cubes infinis des quantitez en continuelle proportion arithmetique, en commençant depuis o, eſt égale au*

Digitized by Google

quart du plus grand cube multiplié par le nombre qui exprime la multitude de ces cubes, en ſuppoſant que ABCD ſoit une Parabole cubique, où il arrive que le rectangle A D C E, eſt quadruple du complement parabolique A B C E, par *Theor.* 2. Car toutes les paralleles de ce complement ſeront comme les cubes des nombres naturels, par la proprieté de la Parabole, &c.

C'eſt auſſi de la meſme façon que l'on demontrera, que *la ſomme des quarré-quarrez infinis des quantitez en continuelle proportion arithmetique, en commençant depuis* 0, *eſt la cinquiéme partie du plus grand quarré-quarré multiplié par le nombre qui exprime la multitude de ces quarré-quarrez*, en ſuppoſant que A B C D ſoit une Parabole d'un degré plus élevé, & ainſi en ſuite des autres Puiſſances.

Ainſi vous voyez par ce Theoreme & par le precedent, que *les ſommes des quantitez, qui ſont dans une continuelle proportion arithmetique, de leurs quarrez, de leurs cubes, & de leurs autres Puiſſances par ordre, ſont à la plus grande multipliée par le nombre de leur multitude,*

Digitized by Google

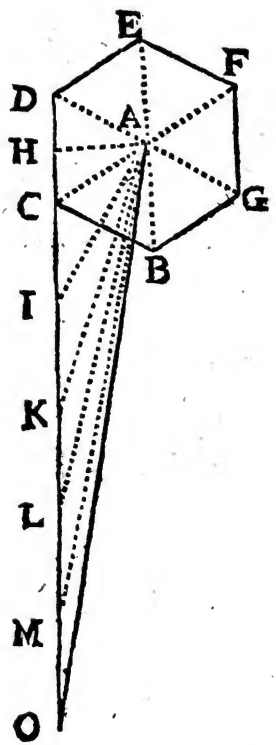
comme 1. *à* 2, *à* 3, *à* 4, *à* 5, *& ainſi enſuite ſelon l'ordre des nombres naturels.*

THEOREME V.

Vn polygone regulier eſt la moitié du rectangle ſous ſa circonference & la perpendiculaire, qui tombe du centre ſur le milieu de l'un des coſtez.

IE dis que l'aire du polygone regulier B C D E F G eſt la moitié du rectangle ſous la circonference D O & la perpendiculaire A H, qui tombe du centre A ſur le milieu H du coſté CD. Car puiſque D O eſt la circonference du polygone, ou la ſomme de tous ſes côtez, ſi on la diviſe au point C,I,K, L,M, en autant de parties égales que le poligone regulier aura de côtez, chaque partie ſera égale au côté du polygone: & ſi on tire au centre A par les poins de diviſion des lignes droites, il s'y formera des triangles égaux entre eux & à ceux qui ſe font au dedans du polygone par les rayons tirez de ſon

centre à chacun de ſes angles, parce que tous ces triangles ont des hauteurs



& des baſes égales. C'eſt pourquoy la ſomme de tous les triangles dont les baſes ſont ſur la circonference D O,

c'eſt à dire tout le triangle DAO, ſera égal à la ſomme d'autant de triangles égaux qui compoſens le polygone, c'eſt à dire à tout le polygone; & comme ce triangle eſt la moitié du rectangle D O A H par 41. 1. le polygone ſera auſſi la moitié du même rectangle. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME VI.

Vn cercle eſt la moitié d'un rectangle ſous ſa circonference & ſon rayon.

CE Theoreme eſt une conſequence du precedent, car ce qui a eſté demontré d'un polygone regulier, ſe doit entendre d'un cercle, qui eſt un polygone regulier d'une infinité de côtez où la perpendiculaire qui tombe du centre ſur l'un des côtez, devient le rayon du cercle.

Si vous voulez une autre demonſtration, diviſez le rayon du cercle en une infinité de parties égales, & décrivez du centre du même cercle par les poins de diviſion autant de circonferences

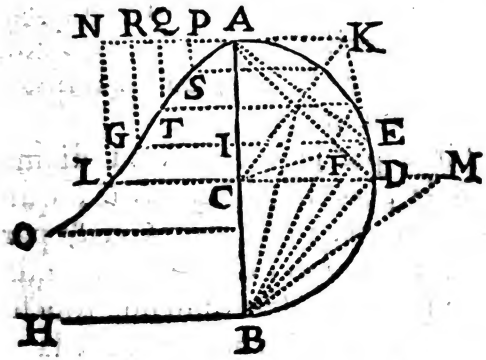
de cercle, qui ſeront toutes en proportion arithmetique, parce que leurs rayons ſont dans cette même proportion; & parce que le rectangle ſous la plusgrande de toutes ces circõferences qui eſt la circonference du cercle, & le rayon, qui eſt le nombre de leur multitude, eſt double de leur ſomme, c'eſt à dire de tout le cercle, par *Theor.* 3. il s'enſuit que le cercle eſt la moitié du rectangle ſous ſa circonference & ſon rayon. Ce qu'il faloit demontrer. On demontrera de la même façon qu'un ſecteur de cercle eſt la moitié du rectangle ſous ſon arc & ſon rayon.

THEOREME VII.

Le diametre d'un cercle eſt à ſa circonference, environ comme 100 *à* 314.

POur demontrer cette verité, tirez du centre C du Demi-cercle A D B ſur le diametre AB la perpendiculaire indefinie C D, & tirez de l'extremité B du même diametre A B, une ligne

quelconque B E, qui coupe la perpendiculaire C D prolongée quand il en ſera beſoin, en F, & la circonference du Demi-cercle en E, par où



vous tirerez à la ligne C D, la parallele indeterminée E G, qui ſe trouvera terminée en G, en faiſant I G égale à ſa partie correſpondante C F. Comme il eſt libre de tirer la ligne B E comme l'on voudra, autant de poins E differens que l'on choiſira, autant de poins G differens on trouvera, que l'on joindra par une ligne courbe, qui paſſera par le point A, telle qu'eſt icy A G O, qui a un point d'inflexion vis-à-vis le milieu de A C, & une aſymptote B H, qui eſt perpendiculaire au diametre

AB. Nous apellerons cette ligne courbe A G O, *Quadratrice Geometrique*, parce qu'elle contribuë entierement à la quadrature du cercle, puiſqu'avec le diametre A B & l'aſymptote B H, elle comprend une eſpace indefini ABHO, qui eſt preciſément égal au cercle, dont le diametre eſt A B, comme nous allons demontrer.

Tirez par le point A au diametre A B la perpendiculaire A K, qui ſera une touchante, par 16. 3. & par le point E au rayon C E, la perpendiculaire E K, qui ſera auſſi une touchante, & égale par conſequent à la premiere A K. Tirez encore les droites B E, C K, qui ſeront perpendiculaires à la corde A E, parce que l'angle A E B eſt dans un Demi-cercle, & par conſequent droit par 31. 3. & que le triangle K A C eſt égal au triangle K E C. Ainſi ces deux mêmes lignes B E, C K, ſeront paralleles entre elles, par 28. 1. & l'angle A C K égal à l'angle C B E, par 29. 1. ce qui rend égaux les deux triangles rectangles A C K, C B F, par 26. 1. à cauſe des deux lignes égales

C A, C B, &c. C'eſt pourquoy la ligne A K ſera égale à la ligne C F, ou à ſa correſpondante I G, qui luy eſt égale par la conſtruction, & par *Theor.* 1. l'eſpace A G I ſera double du Segment A E; D'où il eſt aiſé de conclure que tout l'eſpace indefini A B H O eſt double du demi-cercle A D B, c'eſt à dire égal au cercle, dont le diametre eſt A B. Ce qu'il faloit demontrer.

Cela eſtant ſuppoſé, cherchons premierement l'eſpace A C L G A, terminé par les deux lignes égales A C, C L, & par la courbe A G L. Pour le trouver, achevons le quarré A C L N; & cherchons auparavant le complement A G L N, en trouvant une équation, qui exprime la relation de tous les poins de la courbe A G L ſur la ligne A C, ce qui ſe fera ainſi.

Si on nomme x la ligne G I, ou C F ſon égale, & y la ligne AI, & a le rayon A C, la ligne B I vaudra $2a-y$, & le quarré de la ligne I E vaudra $2ay-yy$: & parce que les quatre lignes B I, I E, B C, C F, ſont proportionnelles, par

4. 6. à cauſe des triangles ſemblables B I E, B C F, leurs quarrez ſeront auſſi proportionnels, par 22. 6. & l'on aura cette analogie, $4aa-4ay+yy, 2ay-yy :: aa, xx$, ou $2a-y, y :: a\,a, xx$, & par conſequent cette équation $2axx-xxy-\infty aay$: dans laquelle on trouvera y, ou $AI \infty \frac{1xx}{a} - \frac{x^4}{a^3} + \frac{2x6}{2^5} - \frac{1x8}{a^7}$ &c. C'eſt pourquoy ſi on diviſe la ligne AN en une infinité de parties égales aux poins P, Q, R, &c. d'où l'on tire à l'axe AB les paralleles PS, QT, RG, &c. & que la premiere partie AP ſoit appellée x, on aura $AQ \infty 2x$, $AR, \infty 3x$, &c. & de toutes les lignes infinies, dont le complement AGLN eſt compoſé, on trouvera.

$$PS \infty \frac{2xx}{a} - \frac{2x4}{a^3} + \frac{2x6}{a^5} - \frac{1x8}{a^7}, \text{ \&c.}$$

$$QT \infty \frac{8xx}{a} - \frac{32x4}{a^3} + \frac{118x6}{a^5} - \frac{5128}{a^7}, \text{ \&c.}$$

$$RG \infty \frac{18xx}{a} - \frac{162x4}{a^3} + \frac{148x6}{a^5} - \frac{13122x8}{a^7},$$

&c. & ainſi des autres juſques à la derniere & plus grande $NL \infty a$. Or on peut trouver la ſomme de toutes ces ordonnées infinies, par *Theor.* 4. & par conſequent le complement AGLN, parce que tous les termes ſemblables dans

dans les numerateurs des valeurs trouvées de toutes ces lignes ſont des doubles Puiſſances, dont les coſtez ſont dans la proportion des nombres naturels, & conſequemment dans une continuelle proportion arithmetique. Ainſi on trouvera que la ſomme des numerateurs de tous les premiers termes $2xx, 8xx, 18xx$, *&c.* vaut $\frac{1}{2}a3$: que celle des numerateurs des ſeconds termes $2x4, 32x4, 162x4$, &c. vaut $\frac{2}{5}a5$: que celles des numerateurs des troiſiémes termes $2x6, 128x6, 1458x6$, &c. vaut $\frac{2}{7}a7$, & ainſi enſuite. C'eſt pourquoy la ſomme de toutes ces lignes infinies, ou le complement A G L N ſera $\frac{2}{3}aa - \frac{2}{5}aa + \frac{2}{7}aa - \frac{2}{9}aa$, &c. lequel eſtant oſté du quarré A C L N $\circ aa$, il reſtera $aa - \frac{2}{3}aa + \frac{2}{5}aa - \frac{2}{7}aa + \frac{2}{9}aa$, &c. pour l'eſpace AGLCA, dont la moitié $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{7}aa + \frac{1}{9}aa$, &c. ſera le Segment AD, auquel ajoûtant le triangle iſoſcele rectangle A D C $\circ \frac{1}{2}aa$, on aura $aa - \frac{1}{3}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{7}aa + \frac{1}{9}aa$, &c. pour le quart de cercle A C D E A, dont le quadruple $4aa - \frac{4}{3}aa + \frac{4}{5}aa - \frac{4}{7}aa + \frac{4}{9}aa$, ſera l'aire du cercle entier, laquelle eſtant

Digitized by Google

Table des Denominateurs de 315 fractions, qui composent la circonference d'un cercle, dont le diametre est 1.

3	10403	40803	91203
35	11235	42435	93635
99	12099	44099	96099
195	12995	45795	98595
323	13923	47523	101123
483	14883	49283	103683
675	15875	51075	106275
899	16899	52899	108899
1155	17955	54755	111555
1443	19043	56643	114243
1763	20163	58563	116963
2115	21315	60515	119715
2499	22499	62499	122499
2915	23715	64515	125315
3363	24963	66563	128163
3843	26243	68643	131043
4355	27555	70755	133955
4899	28899	72899	136899
5475	30275	75075	139875
6083	31683	77283	142883
6723	33123	79523	145923
7395	34595	81795	148995
8099	36099	84099	152099
8835	37635	86435	155235
9603	88203	88803	158403

Digitized by Google

161603	252003	362403	492803
164835	256035	367235	498435
168099	260099	372099	504099
171395	264195	376995	509795
174723	268323	381923	515523
178083	272483	386883	521283
181475	276675	391875	527075
184899	280899	396899	532899
188355	285155	401955	538755
191843	289443	407043	544643
195363	293763	412163	550563
198915	298115	417315	556515
202499	302499	422499	562499
206115	306915	427715	568515
209763	311363	432963	574563
213443	315843	438243	580643
217155	320355	443555	586755
220899	324899	448899	592899
224675	329475	454275	599075
228483	334083	459683	605283
232323	338723	465123	611523
236195	343395	470595	617795
240099	348099	476099	624099
244035	352835	481635	630435
248003	357603	487203	636803

Digitized by Google

643203	813603	1004003	1214403
649635	820835	1012035	1223235
656099	828099	1020099	1232099
662595	835395	1028195	1240995
669123	842723	1036323	1249923
675683	850083	1044483	1258883
682275	857475	1052675	1267875
688899	864899	1060899	1276899
695555	872355	1069155	1285955
702243	879843	1077443	1295043
708963	887363	1085763	1304163
715715	894915	1094115	1313315
722499	902499	1102499	1322499
729315	910115	1110915	1331715
736163	917763	1119363	1340963
743043	925443	1127843	1350243
749955	933155	1136355	1359555
756899	940899	1144899	1368899
763875	948675	1153475	1378275
770883	956483	1162083	1387683
777923	964323	1170723	1397123
784995	972195	1179395	1406595
792099	980099	1188099	1416099
799235	988035	1196835	1425635
806403	996003	1205603	1435203

Digitized by Google

Table de 315 parties de la circonference d'un cercle, dont le diametre eſt 100000000.

266666667	311778650
22857143	108181
8080808	98778
4102564	90549
2476780	83307
1656315	76901
305840277	312236366
1185185	71206
889878	66121
692641	61562
554400	57459
453772	53753
309616153	312546467
378250	50394
320128	47340
274442	44556
237883	42010
208171	39677
311035027	312770444
183697	37532
163299	35557
146119	33734
131514	32047
118994	30484
311778650	312939798

Digitized by Google

312939798	313339607
29033	13220
27683	12800
26424	12400
25250	12019
24152	11655
313072340	313401701
23125	11307
22161	10974
21257	10656
20407	10352
19606	10060
313178896	313455050
18852	9780
18141	9513
17469	9255
16834	9009
16233	8772
313266425	313501379
15663	8544
15123	8325
14611	8114
14124	7911
13661	7716
313339607	313541989

Digitized by Google

313541989	313664219
7528	4853
7346	4759
7171	4668
7003	4579
6840	4492
313577877	313687570
6682	4408
6531	4327
6384	4247
6242	4170
6105	4095
313609821	313708817
5972	4022
5844	3951
5719	3881
5599	3814
5482	3748
313638437	313728233
5369	3684
5260	3622
5153	3561
5050	3501
4950	3443
313664219	313746044

Digitized by Google

313746044	313804657
3387	2497
3332	2462
3278	2428
3226	2395
3175	2362
313762442	313816801
3125	2330
3076	2298
3028	2267
2981	2237
2936	2207
313777588	313828140
2891	2178
2848	2150
2805	2122
2764	2095
2723	2068
313791619	313838753
2684	2041
2645	2016
2607	1990
2569	1965
2533	1941
313804657	313848706

313848706	313883020
1917	1518
1893	1501
1870	1485
1848	1469
1825	1453
313858059	313890446
1804	1438
1782	1422
1761	1407
1740	1392
1720	1378
313866866	313897483
1700	1363
1680	1349
1661	1335
1642	1322
1623	1308
313875172	313904160
1605	1295
1587	1282
1569	1269
1552	1256
1535	1244
313883020	313910506

Digitized by Google

313746044	313804657
3387	2497
3332	2462
3278	2428
3226	2395
3175	2362
313762442	313816801
3125	2330
3076	2298
3028	2267
2981	2237
2936	2207
313777588	313828140
2891	2178
2848	2150
2805	2122
2764	2095
2723	2068
313791619	313838753
2684	2041
2645	2016
2607	1990
2569	1965
2533	1941
313804657	313848706

313848706	313883020
1917	1518
1893	1501
1870	1485
1848	1469
1825	1453
313858059	313890446
1804	1438
1782	1422
1761	1407
1740	1392
1720	1378
313866866	313897483
1700	1363
1680	1349
1661	1335
1642	1322
1623	1308
313875172	313904160
1605	1295
1587	1282
1569	1269
1552	1256
1535	1244
313883020	313910506

Digitized by Google

313910506	313933017
1231	1019
1219	1010
1207	1001
1196	992
1184	983
313916543	313938022
1173	975
1161	966
1150	958
1139	949
1128	941
313922294	313942811
1118	933
1107	925
1097	917
1087	909
1077	902
313927780	313947397
1067	894
1057	886
1047	879
1038	872
1028	864
313933017	313951792

Digitized by Google

313951792	313967688
857	731
850	726
843	720
836	715
830	709
313956008	313971289
823	704
816	699
810	694
803	688
797	683
313960057	313974757
790	678
784	673
778	668
772	664
766	659
313963947	313978099
760	654
754	649
748	645
742	640
737	635
313967688	313981322

Digitized by Google

313981322	313993145
631	550
627	546
622	543
618	539
613	536
313984433	313995859
609	532
605	529
601	525
597	522
592	519
313987437	313998486
588	515
584	512
580	509
577	506
573	314000528
313990339	
569	
565	
561	
557	
554	
313993145	

Digitized by Google

Il ſemble par ces deux Tables que la circonference d'un cercle eſt rationnelle, lorſque ſon diametre eſt rationnel, & que par conſequent la raiſon du diametre d'un cercle à ſa circonference eſt rationnelle, puiſque la circonference eſt compoſée de quantitez infinies rationnelles. Je ſçay bien que l'on me dira que la racine irrationnelle d'un nombre eſt compoſée de quantitez infinies rationnelles, & que neanmoins elle n'eſt pas rationnelle. Mais je répondray que ces quantitez rationnelles, telles qu'on les trouve, ne décroiſſant pas ſelon un ordre égal, comme celles de la circonference du cercle, que nous appellerons *circulaires*, où les ſecondes differences ſont égales; on ne doit pas conclure la même choſe de ces deux progreſſions, qui ſont de differente nature. Les lignes ſuivantes vous perſuaderont encore mieux que la raiſon du diametre d'un cercle à ſa circonference eſt rationnelle.

Il ſemble auſſi que la *Quadrature du cercle* n'eſt pas impoſſible, c'eſt à dire qu'il n'eſt pas impoſſible de trouver la ſomme des fractions infinies, qui com-

Digitized by Google

poſent la circonference du cercle, puis qu'on trouve bien la ſomme des fractions infinies qui décroiſſent dans une continuelle proportion Geometrique. Je ſçay bien auſſi que l'on me dira que cette progreſſion eſt d'une nature differente de celle du cercle : mais je répondray que dans une progreſſion de la même nature que la progreſſion des fractions circulaires, on peut trouver la ſomme de toutes les fractions infinies de cette progreſſion ſemblable. Car dans noſtre grand Traité d'Algebre, nous avons démontré que la ſomme des fractions infinies de cette progreſſion $\frac{1}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}$, &c. où les dénominateurs ſont des nombres triangulaires, dont les ſecondes differences ſont auſſi égales : nous avons démontré, dis-je, que la ſomme de toutes ces fractions infinies vaut préciſément 2. Ainſi il ſemble que ſi je ne ſçay pas trouver la ſomme des fractions infinies circulaires, ce n'eſt pas par l'impoſſibilité de la choſe, mais par le peu d'étenduë de mon eſprit, n'ayant pas pû rendre la méthode dont je me ſuis ſervi, pour trou-

ver la ſomme des fractions triangulaires, aſſez generale pour la pouvoir appliquer aux fractions circulaires. Nous laiſſons à ceux qui viendront aprés nous, à reſoudre ce Probleme, que pluſieurs ont cherché en vain juſques à preſent.

Quand on voudra travailler plus exactement, au lieu de la raiſon de 100 *à* 314, *on ſe ſervira de la raiſon de* 100000 *à* 314159. *Neanmoins dans la ſuite nous nous ſervirons de celle de* 100 *à* 314, *parce qu'elle ſuffit pour les calculs ordinaires de la Geometrie Pratique.*

THEOREME VIII.

L'aire d'un cercle eſt au quarré de ſon diametre, comme 785 *à* 1000.

SI on ſuppoſe que le diametre d'un cercle ſoit 100, ſa circonference ſera 314, par le Theoreme precedent, & parce que l'aire d'un cercle eſt la moitié d'un rectangle ſous le rayon & la circonference, par *Theor.* 6. ſi on multiplie la circonference 314 par

le rayon 50, on aura 15700 pour le contenu de ce rectangle, dont la moitié 7850 ſera l'aire du cercle. Et ſi on multiplie le diametre 100 par luy-même, on aura 10000 pour le quarré du diametre. Ainſi le contenu du cercle eſt au quarré de ſon diametre, comme 7850 à 10000, ou comme 785 à 1000. Ce qu'il faloit démontrer.

Quand on voudra faire des calculs plus exacts, au lieu de ſe ſervir de la raiſon de 785 *à* 1000, *on ſe ſervira de la raiſon de* 785398 *à* 1000000.

THEOREME IX.

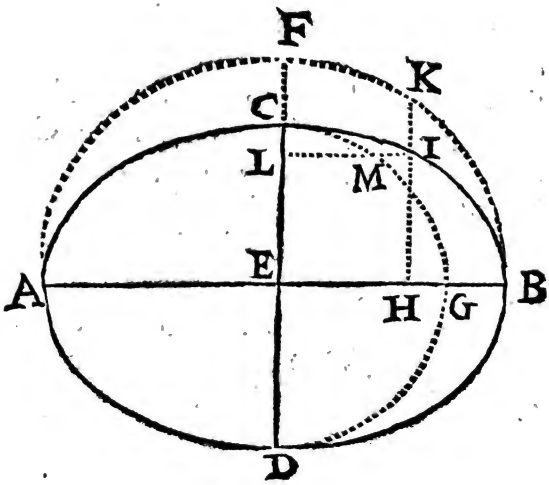
Vne Ellipſe eſt égale à un cercle dont le diametre eſt moyen proportionnel entre les deux axes.

POur démontrer que l'Ellipſe ACBD eſt égale à un cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre ſes deux axes AB, CD, décrivez du centre E, alentour des deux axes AB, CD, les Demi-cercles AFB,

Digitized by Google

C G D, & tirez du point I pris à discretion sur la circonference de l'Ellipse, aux deux axes A B, C D, les perpendiculaires I H, I L, qui coupent les circonferences des Demi-cercles aux points K, M.

Cette preparation estant faite, on connoist par la proprieté commune de l'Ellipse, que puisque C E, I H, sont deux ordonnées à l'axe AB, le rectangle A E B, ou le quarré de E F est au rectangle A H B, c'est à dire au quarré de H K, comme le quarré de C E, au quarré de I H; c'est pourquoy par



22. 6. les quatre lignes E F, H K, C E, H I, ſeront proportionnelles ; d'où il eſt aiſé de conclure, que toutes les ordonnées du cercle A B, c'eſt à dire le cercle A B, ſont à toutes les ordonnées de l'Ellipſe, ou à l'Ellipſe, comme l'axe A B à l'axe C D. Pareillement puiſque E B, L I, ſont deux ordonnées à l'axe C D, le rectangle C E D, ou le quarré de E G, eſt au rectangle C L D, c'eſt à dire au quarré de L M, comme le quarré de E B, au quarré de L I ; & que par conſequent les quatre lignes E G, L M, E B, L I, ſont proportionnelles ; d'où l'on conclud aiſément que toutes les ordonnées du cercle G D, c'eſt à dire le cercle C D, ſont à toutes les ordonnées de l'Ellipſe, ou à l'Ellipſe, comme l'axe C D à l'axe A B : & parce que nous avons auparavant démontré, que le cercle A B eſt à l'Ellipſe, comme l'axe A B à l'axe C D, il s'enſuit que l'Ellipſe eſt moyenne proportionnelle entre les cercles A B, C D, & que par conſequent elle eſt égale à un cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre les deux axes A B, C D. Ce qu'il faloit démontrer.

Digitized by Google

THEOREME X.

Vne Ellipſe eſt au rectangle ſous ſes deux axes, comme 785 à 100.

PUis qu'un cercle eſt au quarré de ſon diametre comme 785 à 1000, par *Theor.* 8. & que par le Theoreme precedent une Ellipſe eſt égale à un cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre ſes deux axes, on peut mettre à la place du premier cercle une Ellipſe, & à la place du quarré du diametre le rectangle ſous les deux axes, & il ſera vray de dire qu'une Ellipſe eſt au rectangle ſous ſes deux axes, comme 785 à 1000. Ce qu'il faloit demontrer.

La remarque que nous avons faite pour le cercle, ſervira auſſi pour l'Ellipſe.

Digitized by Google

THEOREME XI.

La ſurface d'un cylindre droit eſt égale au rectangle ſous ſa hauteur & la circonference de ſa baſe.

POur démontrer que la ſurface d'un cylindre droit eſt égale au rectangle ſous ſa hauteur & la circonference du cercle, qui luy ſert de baſe ; que l'on diviſe cette circonference en une infinité de parties égales, & que des points de diviſion on éleve ſur la baſe autant de perpendiculaires, qui ſeront égales entr'elles & à la hauteur du cylindre, & repreſenteront autant de rectangles infiniment petits, dont la ſurface du cylindre ſera compoſée, & dont la hauteur commune ſera la meſme que celle du cylindre. C'eſt pourquoy la ſomme de tous ces rectangles infinis, ou la ſurface du cylindre doit eſtre

égale, par 1. 2. au ſeul rectangle ſous la hauteur du cylindre & la ſomme des baſes infinies de tous les rectangles, c'eſt à dire la circonference du cercle, qui ſert de baſe au cylindre. Ce qu'il faloit démontrer.

THEOREME XII.

La ſurface d'un cone droit eſt la moitié d'un rectangle ſous le côté du cone & la circonference de ſa baſe.

POur démontrer que la ſurface d'un cone droit eſt la moitié d'un rectangle ſous le coſté du cone & la circonference du cercle qui luy ſert de baſe ; que l'on diviſe, comme auparavant, cette baſe en une infinité de parties égales, & que par les poins de diviſion on tire à la pointe du cone autant de lignes droites, qui ſeront égales entr'elles, & repreſenteront les coſtez d'une infinité de triangles iſoſ-

Digitized by Google

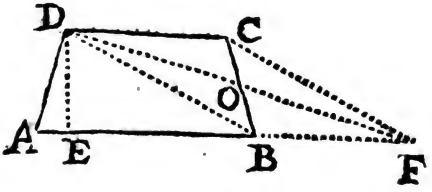
celes, dont la Surface du cone ſera compoſée, & dont la hauteur commune ſera le coſté du cone: & parce que chacun de ces triangles rectangles eſt la moitié d'un rectangle qui a meſme baſe & meſme hauteur; par 41. 1. il s'enſuit que la ſomme de ces mêmes triangles, c'eſt à dire la ſurface du cone, eſt auſſi la moitié de la ſomme de tous les rectangles, c'eſt à dire du ſeul rectangle ſous le coſté du cone & la circonference du cercle, qui luy ſert de baſe. Ce qu'il faloit démontrer.

THEOREME XIII.

L'aire d'un Trapeze, qui a deux côtez paralleles, eſt la moitié d'un rectangle ſous la ſomme des deux coſtez paralleles & la perpendieulaire tirée entre ces deux meſmes coſtez.

POur démontrer que ſi les deux coſtez A B, C D, du Trapeze A B C D, ſont paralleles, ce Trapeze

peze eſt la moitié du rectangle ſous la ſomme des deux côtez paralleles A B, C D, & la perpendiculaire D E tirée entre ces deux meſmes coſtez ; que l'on tire par le point C à la diagonale



D B, la parallele C F, qui rencontrera le coſté A B prolongé en F, par lequel & par le point D, on tirera la droite D F.

Cette preparation eſtant faite, on connoiſt par 34. 1. que la figure BFCD eſtant un parallelogramme, les deux coſtez oppoſez B F, C D, ſont égaux, & qu'ainſi la ligne A F eſt la ſomme des deux coſtez paralleles A B, C D. On void auſſi, par 37. 1. que les triangles B C D, B F D, ſont égaux, c'eſt pourquoy ſi de chacun on oſte le triangle commun B O D, il reſtera le triangle C O D égal au triangle B O F, &

ſi à chacun de ces deux triangles égaux on ajoûte le trapeze A B O D, on aura le grand Trapeze A B C D égal au grand triangle A D F, lequel eſtant la moitié du rectangle ſous ſa baſe A F & ſa hauteur D E, par 41. 1. le Trapeze A B C D eſt auſſi la moitié du meſme rectangle. Ce qu'il faloit demontrer.

Scolie.

On void aiſément par cette demonſtration, que quand les deux coſtez A B, C D, ne ſeront pas paralleles entre eux, le triangle A D F ne laiſſera pas d'eſtre égal au Trapeze A B C D, parce qu'on aura toûjours le triangle B O F égal au triangle C O D. D'où l'on tire ſans peine une methode generale pour reduire en triangle non ſeulement une figure rectiligne de quatre coſtez, mais quelque autre polygone que ce ſoit, parce que ce polygone ſe peut reduire par cette methode en un autre qui aura moins d'un coſté que le propoſé, & cet autre en un autre qui aura moins d'un coſté que le precedent, & ainſi en ſuite juſques au triangle.

Digitized by Google

THEOREME XIV.

La ſurface d'un cone droit tronqué eſt la moitié du rectangle ſous ſon coſté & la ſomme des circonferences des deux baſes oppoſées & paralleles.

POur demontrer la verité de ce Theoreme, diviſons par penſée les circonferences des deux cercles oppoſez, qui ſervent de baſes à ce cone tronqué en une infinité de parties égales, & faiſons paſſer par les poins oppoſez de diviſion des lignes droites, qui repreſenteront une infinité de petits Trapezes, dont toute la ſurface du cone tronqué ſera compoſée, & dont les perpendiculaires compriſes entre les deux coſtez paralleles ſeront égales entre elles & au coſté du cone tronqué : & comme l'un de ces Trapezes eſt, par le Theoreme precedent, la moitié du rectangle ſous la ſomme des deux coſtez oppoſez & la perpendicu-

laire tirée entre ces deux coſtez, il eſt aiſé de conclure, que la ſomme de tous ces Trapezes, ou la ſurface du cone tronqué eſt la moitié de la ſomme de tous les rectangles, c'eſt à dire du ſeul rectangle ſous la ſomme des circonferences des deux cercles oppoſez qui ſervent de baſes au cone tronqué, & la hauteur commune de tous ces rectangles, ou le coſté du cone tronqué. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME XV.

Le quarré du diametre d'une ſphere eſt à la ſurface de la même ſphere, comme 100 *à* 314.

PUiſque par *Theor.* 8. l'aire d'un cercle eſt au quarré de ſon diametre, comme 785 à 1000, l'aire du grand cercle d'une ſphere ſera à 785, comme le quarré du diametre à 1000 : & puiſque par *Prop.* 30. *l.* 1. *d'Archimede de la ſphere & du cylindre*, la meſme aire eſt à la ſurface de la ſphere, comme 1

à 4, ou comme 785 à 3140, il s'enſuit que le quarré du diametre d'une ſphere eſt à la ſurface de la meſme ſphere, comme 1000 à 3140, ou comme 100 à 314. Ce qu'il faloit demontrer.

CHAPITRE II.

PROBLEMES.

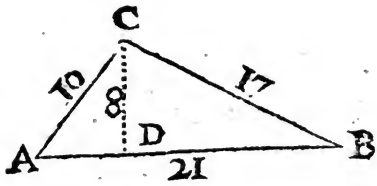
PROBLEME I.

Meſurer un triangle.

UN triangle ſe peut meſurer en deux façons, ſçavoir par la perpendiculaire, & ſans la perpendiculaire. Le voulant meſurer par la perpendiculaire, tirez-la, pour une plus grande commodité, du plus grand angle ſur le plus grand coſté, aprés quoy vous chercherez les Segmens, & enſuite la perpendiculaire, comme il a eſté enſeigné dans la Trigonometrie. Cette perpendiculaire étant ainſi trouvée, on la doit multiplier par le coſté ſur lequel elle tombe, & la moitié

du produit donnera le contenu du triangle proposé par 41. 1.

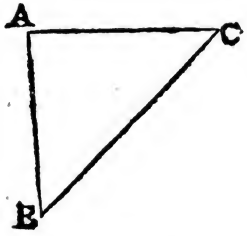
Ainsi pour trouver le contenu du triangle A B C, dont les costez sont supposez d'autant de toises que vous



les voyez marquez dans la figure, tirez du plus grand angle C, sur le plus grand costé A B, la perpendiculaire C D, qui se trouvera de 8 toises, lesquelles estant multipliées par les 21 toises du costé A B, sur lequel elle tombe, la moitié du produit donnera 84 toises quarrées pour le contenu du triangle proposé A B C.

Il est bien évident qu'il ne sera pas besoin, si l'on ne veut, de tirer aucune perpendiculaire, lorsque le triangle sera rectangle, comme A B C, parce que l'un des costez servira de perpendiculaire. Ainsi il n'y aura qu'à

multiplier enſemble les deux coſtez



AB, AC, & prendre la moitié de leur produit.

Tant ſoit peu qu'on s'éloigne de la veritable longueur de la perpendiculaire, qui ſe trouve rarement rationelle & ſans fractions, on s'éloignera ſenſiblement de la veritable aire du triangle. Sur tout lorſque le coſté ſur lequel elle tombe ſera bien grand. C'eſt pourquoy il vaudra mieux meſurer le triangle ſans la perpendiculaire en cette ſorte.

Ajoûtez enſemble les trois coſtez, pour avoir leur ſomme 48, dont la moitié eſt 24 : oſtez de cette moitié 24 chacun des trois coſtez, l'un aprés l'autre, pour avoir les trois differences 14, 7, 3. Multipliez la meſme moitié 24 par l'une des trois differences pre-

cedentes, comme par la troiſiéme 3, & le produit 72 par l'une des deux autres differences, comme par la ſeconde 7, & ce ſecond produit 504 par la difference qui reſte 14, pour avoir un troiſiéme produit 7056, dont la racine quarrée donnera, comme auparavant, 84 toiſes quarrées pour l'aire qu'on cherche.

Si vous ne pouvez pas prendre exactement la moitié de la ſomme de tous les coſtez, en ſorte qu'il reſte quelque choſe, il ne faudra pas negliger ce reſte: mais pour éviter les fractions, qui donnent de la peine à ceux qui n'y ſont pas accoûtumez, doublez les nombres des toiſes de chaque coſté du triangle, & ſervez-vous de ces coſtez ainſi doublez pour trouver l'aire du triangle, laquelle il faudra diviſer par 4, pour avoir celle du triangle propoſé, parce que quand on double les coſtez d'un triangle, il vient un triangle quadruple, par 19. 6.

Si les coſtez du triangle ſont exprimez par des fractions, on les reduira tous en meſme denomination, & ſans avoir égard au denominateur com-

mun, on cherchera l'aire du triangle, laquelle on diviſera par le quarré du denominateur commun, pour avoir l'aire du triangle propoſé.

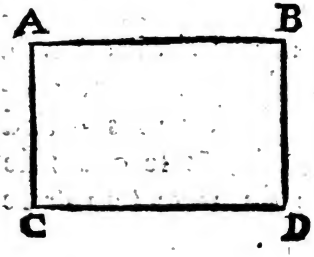
L'aire d'un triangle, dont les trois coſtez ſont connus, ſe peut auſſi trouver indépendemment de la perpendiculaire, en cette ſorte.

Oſtez du quarré du plus grand côté le produit ſous la ſomme & la difference des deux autres, & oſtez le quarré du reſte du quarré du produit ſous les doubles du plus grand coſté & du plus petit, & le quart de la racine quarrée du reſte ſera l'aire du triangle propoſé.

PROBLEME II.

Mesurer un Parallelogramme.

SI le Parallelogramme est un rectangle, comme A B C D, on multipliera la longueur A B par la largeur A C, & le produit donnera l'aire du Parallelogrãme proposé ; comme nous avons demontré dans la Preface de cette troisiéme Partie.



Comme il ne s'agit icy que de multiplier deux lignes ensemble, & qu'il arrive souvent que ces lignes sont exprimées par des fractions, comme si la longueur estoit de 3 toises & 2 pieds, & la largeur de 2 toises & 3 pieds, il faudroit reduire les toises en pieds, & multiplier les 20 pieds de la longueur par les 15 de la largeur, & le produit donnera 300 pieds quarrez pour l'aire

qu'on cherche, que l'on reduira si l'on veut en toises quarrées, en les divisant par 36, parce qu'une toise quarrée a 36 pieds quarrez, &c.

Si les costez estoient exprimez en toises, pieds, & pouces, il les faudroit toujours reduire en la plus basse espece, comme icy en pouces, en multipliant les toises par 6, parce qu'une toise courante a 6 pieds, pour avoir des pieds, ausquels on ajoutera les pieds donnez, & en multipliant la somme de ces pieds par 12, pour avoir des pouces, ausquels on ajoutera les pouces donnez, aprés quoy on trouvera l'aire en pouces quarrez, qu'on reduira en pieds quarrez en les divisant par 144, & les pieds quarrez en toises quarrées en les divisant par 36. Comme si le costé A B estoit de 5 toises, 3 pieds, & 4 pouces, & le costé A C de 2 toises; 4 pieds, & 8 pouces; En reduisant chaque costé en pouces, on aura 400 pouces pour le costé A B, & 200 pouces pour le costé A C, & en multipliant ensemble les deux costez A B, A C, on aura 80000 pouces quarrez pour l'aire du rectangle ABDC. Que

ſi on reduit ces 80000 pouces quarrez en pieds quarrez en les diviſant par 144, on aura 555 pieds quarrez & 80. pouces quarrez : & encore ſi on reduit ces 555 pieds quarrez en toiſes quarrées, en les diviſant par 36, on aura 15 toiſes quarrées, 15 pieds quarrez, & 80 pouces quarrez pour l'aire du rectangle propoſé A B D C.

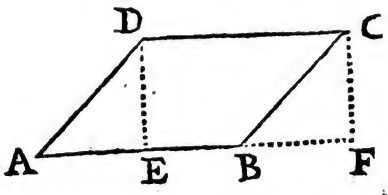
Cette methode eſt generale & facile à retenir, parce qu'elle porte avec ſoy ſa demonſtration, & il eſt bon de s'en toûjours ſervir, quoy qu'elle ſoit un peu longue : neanmoins on la peut abreger, en diviſant les 80000 pouces quarrez par 5184, qui ſont la valeur d'une toiſe quarrée en pouces quarrez, & l'on aura 15 toiſes quarrées, & le reſte 2240 eſtant diviſé par 144, qui ſont la valeur d'un pied quarré en pouces quarrez, le quotient donnera 15 pieds quarrez, & le reſte de la diviſion donnera 80 pouces quarrez, comme auparavant.

Il y en a qui font cette multiplication par les parties aliquotes, mais comme cette methode charge beaucoup la memoire, ce qui fait que l'on

Digitized by Google

peut aiſément y manquer, il vaut mieux dans la pratique ſe ſervir de la methode precedente, dont l'execution ne ſera pas difficile à celuy qui ſera tant ſoit peu verſé dans l'Arithmetique.

Si le Parallelogramme propoſé n'eſt pas rectangle, comme A B C D, on



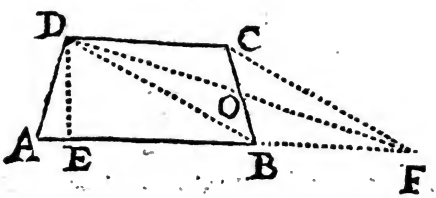
fera tomber l'un de ſes angles, comme D, ſur ſon coſté oppoſé A B, la perpendiculaire D E, que l'on doit meſurer, & multiplier ſa longueur par celle du coſté A B, ſur lequel elle tombe, & le produit donnera le contenu qu'on cherche, parce qu'ainſi on a l'aire du Parallelogramme rectangle C D E F, lequel eſt égal au propoſé A B C D, par 35. 1.

Digitized by Google

PROBLEME III.

Meſurer un Trapeze.

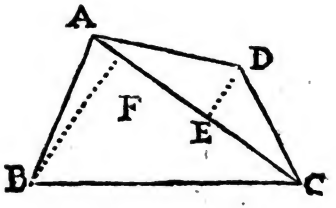
SI le Trapeze a deux coſtez paralleles, comme A B C D, dont les deux coſtez A B, C D, ſont paralleles, on



tirera entre ces deux coſtez paralleles la prependiculaire D E,& on en multipliera la longueur par la ſomme des deux coſtez paralleles A B, C D, & la moitié du produit donnera l'aire qu'on cherche, comme il eſt évident par *Theor.* 13.

Mais ſi le Trapeze propoſé n'a point de coſtez paralleles, comme ABCD, on le reduira en deux triangles par une diagonale, comme par la diagonale

A C : car ſi par *Probl.* 1. on meſure à



part chacun des deux triangles A C B, A C D, la ſomme de leurs aires donnera celle de la figure propoſée A B C D.

Si vous vous ſervez de la perpendiculaire pour meſurer ces deux triangles, il ſera bon de la tirer dans chaque triangle ſur la meſme diagonale A C, comme D E, B F. Car ſi on multiplie la ſomme des deux perpendiculaires D E, B F, par le coſté commun A C, la moitié du produit donnera l'aire du Trapeze propoſé ABCD.

Quand nous diſons qu'il faut multiplier enſemble deux lignes, cela ſuppoſe qu'on en connoiſſe les longueurs, ce qui ſe peut faire en les meſurant actuellement ſur le terrain avec un

Digitized by Google

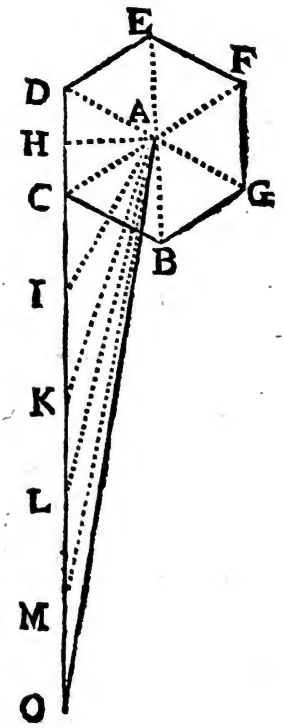
cordeau, ou autrement, ou en les portant ſur l'Echelle particuliere du Plan, ſi le Trapeze eſt racourcy ſur le papier.

Quand le Trapeze propoſé ſera inſcriptible dans un cercle, on en connoiſtra l'aire en oſtant ſéparément chacun de ſes coſtez de la moitié de ſon contour, & en multipliant enſemble les quatre differences, car la racine quarrée du produit donnera l'aire de ce Trapeze.

PROBLEME IV.

Meſurer un Polygone.

SI le Polygone eſtregulier, comme B C D E F G, on multipliera la ſõme de tous les coſtez par la perpendiculaire A H, qui tombedu centreA ſur le milieu du coſté CD,& la moitié du produit donnera l'aire de l'Exagone propoſé B C D E F G,comme il eſt évident par *Theoreme* 5.



Digitized by Google

Quand on a meſuré le coſté CD, on peut connoiſtre tres-exactement la perpendiculaire A H par la Trigonometrie dans le triangle rectangle A H D, ou A H C, dans lequel on connoiſt outre les angles, le coſté D H, ou C H, moitié du coſté connu C D, que nous ſuppoſerons de 10 toiſes, en faiſant cette analogie,

Comme le Sinus Total 100000
A la Tangente de la moitié de l'angle du Polygone 173205
Ainſi la moitié du coſté du Polygone 5
A la perpendiculaire 8

qui ſe trouvera d'environ 8 toiſes & 4 pieds, leſquels eſtant multipliez par le contour du Polygone, ſçavoir par 60 toiſes, ou 360 pieds, la moitié du produit donnera environ 260 toiſes quarrées pour le contenu de l'Exagone propoſé B C D E F G.

Tant ſoit peu qu'on s'éloigne de la veritable longueur de la perpendiculaire, en negligeant les fractions, on s'éloignera beaucoup de la veritable aire: & pour la trouver avec toute l'exactitude poſſible, ſans paſſer par les fractions, faites ainſi.

Diviſez 360 degrez par le nombre des coſtez du Polygone, comme icy par 6, pour avoir l'angle du centre C A D, qui ſe trouvera de 60 degrez, dont la moitié donne l'angle C A H de 30 degrez, & le complement de cette moitié donne la moitié de l'angle du Polygone A C H de 60 degrez, dont la Tangente eſt 173205; que l'on multipliera par l'un des coſtez du Polygone, ſçavoir par 10, & le produit 1732050 par la ſomme 60 des coſtez, pour avoir un ſecond produit 10392-3000, qu'il faudra toûjours diviſer par le quadruple du rayon, ſçavoir par 400000, & le quotient donnera 259 toiſes quarrées, & environ 29 pieds quarrez pour l'aire qu'on cherche.

C'eſt par cette maniere que nous avons ſupputé la Table ſuivante, qui montre les aires des Polygones,

Pentagone	1720477
Exagone	2598075
Eptagone	3633526
Octogone	4828427
Enneagone	6181824
Decagone	7694209
Ondecagone	9363808

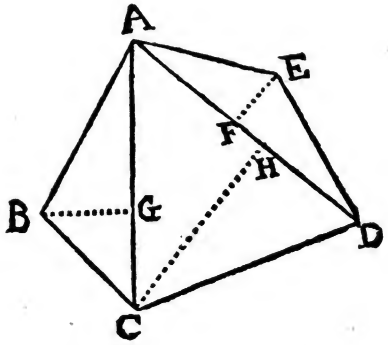
Digitized by Google

Dodecagone 11196152

depuis le Pentagone juſqu'au Dodecagone, le côté du Polygone étant par tout de mille parties. Par le moyen de cette Table on peut aiſément trouver l'aire d'un Polygone, dont le coſté ſera plus ou moins de 1000 parties : car puiſque les Polygones ſemblables ſont comme les quarrez de leurs coſtez homologues, par 20 6. il n'y a qu'à multiplier le quarré du coſté du Polygone propoſé par l'aire qui luy répond dans la Table precedente, & diviſer le produit par le quarré de mille, ſçavoir par 1000000. Comme icy 100 par 2598075, & diviſer le produit 259807500 par 1000000, & le quotient donnera 259 toiſes quarrées & 29 pieds quarrez, comme auparavant, pour l'aire de l'Exagone propoſé BCDEFG.

Si le Polygone propoſé n'eſt pas regulier, comme le Pentagone ABCDE, on le reduira en triangles par pluſieurs diagonales, que l'on tirera par deux angles tels que l'on voudra, comme icy en trois triangles par les deux diagonales A C, A D, & meſurant à part les aires de chacun des trois trian-

gles A D E, A D C, A B C, par *Probl.*

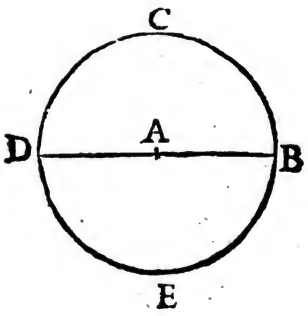


1. leur ſomme donnera celle du Pentagone propoſé A B C D E.

PROBLEME V.

Meſurer un cercle.

PRemierement ſi l'on veut trouver la circonference B C D E, le diametre B D, eſtant ſuppoſé connu comme de 50 pieds, on multipliera le diametre 50 toûjours par 314, & on diviſera le produit 15700 toujours par 100, & le quotient donnera 157 pieds pour



la circonference qu'on cherche, comme il eſt évident par *Theor.* 7.

Il faudroit faire tout le contaire, ſi on vouloit trouver le diametre d'un cercle par ſa circonference connuë, c'eſt à dire qu'il faudroit multiplier la circonference connuë par 100, & diviſer le produit par 314.

Ainſi on pourra connoiſtre facilement le diametre de la Terre, ou la diſtance qu'il y a d'icy à nos Antipodes. Car ayant reconnu par obſervation, qu'un degré de la Terre vaut environ 20 lieuës communes de France, ſi on multiplie ces 20 lieuës par 360, on aura 7200 lieuës pour la circonference de la Terre, qui eſtant multi-

Digitized by Google

pliée par 100, & le produit 720000 eſtant diviſé par 314, le quotient donnera environ 2293 lieuës pour le diametre qu'on cherche.

Secondement ſi l'on veut trouver l'aire du cercle, dont le diametre BD ſoit connu, comme de 50 pieds, ayant trouvé ſa circonference de 157 pieds, on la multipliera par le diametre 50, & le produit 7850 étant diviſé par 4, on aura 1962 pieds quarrez & 72 pouces quarrez pour l'aire qu'on cherche, comme il eſt évident par *Theor.* 6.

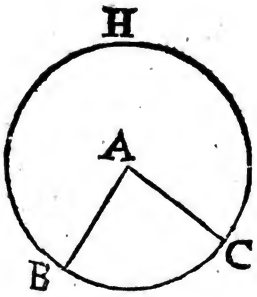
Pour éviter les fractions qui peuvent arriver à la circonference, multipliez le quarré 2500 du diametre 50, toûjours par 785, & diviſez le produit 1962500 toûjours par 1000, & le quotient donnera 1962 pieds quarrez & 72 pouces quarrez comme auparavant, pour l'aire du cercle propoſé ABCD, comme il eſt évident par *Theor.* 8.

Digitized by Google

PROBLEME VI.

Mesurer un Secteur de cercle.

POur trouver l'aire du Secteur A B C, dont les rayons A B, AC, sont supposez chacun de 100 pieds, & l'arc B C, ou l'angle B A C de 50



degrez, on cherchera premierement l'aire du cercle entier, laquelle se trouvera de 31400 pieds quarrez : & comme l'aire du Secteur est à celle du cercle entier, comme son arc à la circonference entiere, c'est à dire icy comme 50 à 360, si on multiplie l'aire du cercle 31400 par 50, & qu'on divi-

se

ſe le produit 1570000 par 360, le quotient donnera 4361 pieds quarrez & 16 pouces quarrez pour l'aire qu'on cherche.

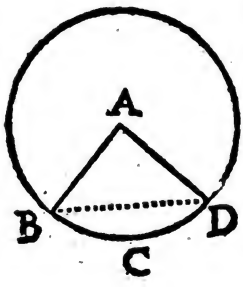
Pour éviter les fractions qui peuvent arriver dans l'aire du cercle, multipliez le quarré 40000 du diametre 200 toûjours par 157, & le produit 6280000 par les degrez de l'angle du Secteur, comme icy par 50, & diviſez ce ſecond produit 314000000 toûjours par 72000; & le quotient donnera, comme auparavant, 4361 pieds quarrez & 16 pouces quarrez pour le contenu du Secteur propoſé A B C.

PROBLEME VII.

Meſurer un Segment de cercle.

IL eſt évident que pour trouver l'aire du Segment B D C, il n'y a qu'à oſter le triangle A B D du Secteur A B C D, & qu'ainſi on doit connoiſtre, comme auparavant, le rayon A B, ou A D, & l'arc B C D, ou l'angle B A D. Nous les ſuppoſerons

tels qu'ils ont eſté ſuppoſez au Probleme precedent, aprés quoy il ne ſera pas difficile de trouver l'aire du triangle iſoſcele A B D, où l'on connoiſt outre les angles le coſté A B ou A D, ce qui fait qu'on pourra connoiſtre par la Trigonometrie le troiſiéme coſté B D, & enſuite l'aire du triangle A B D, par *Probl.* 1. Mais pour trouver l'aire de ce triangle methodiquement & tres exactement, faites ainſi.



Multipliez le Sinus 42262 de la moitié de l'angle du Secteur, ou de 25 degrez, par le Sinus 90631 du complement de cette meſme moitié, & multipliez le produit 3830247322 par le quarré 40000 du diametre 200, pour avoir un ſecond produit 153209892880000, lequel eſtant diviſé par le quadruple du quarré du Sinus Total, ſçavoir par 40000000000, le quotient donnera 3830 pieds quarrez & envi-

ron 36 pouces quarrez pour l'aire du triangle A B D, laquelle eſtant oſtée de celle du Secteur ABCD, qui a eſté trouvée au Probleme precedent de 4361 pieds quarrez & d'environ 16 pouces quarrez, le reſte 530 pieds quarrez & 124 pouces quarrez ſera l'aire du Segment propoſé B D C.

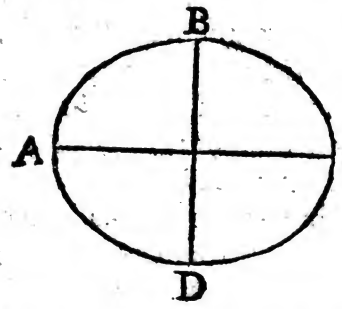
Pour éviter les grands nombres, qui arrivent icy, ſervez-vous des Logarithmes, & ajoûtez enſemble ces trois choſes, le Logarithme 96259482 du Sinus de la moitié de l'angle du Secteur, le Logarithme 99572717 du Sinus du complement de la meſme moitié, & le double 46020598 du Logarithme 23010299 du diametre 200, & oſtez de la ſomme 241852857 la ſomme 206020599 du Logarithme 060205599 de 4, & du double 200000000 du Logarithme 100000000 du Sinus Total, le reſte 35832238 ſera le Logarithme de 3830 pieds quarrez & 36 pouces quarrez pour l'aire du triangle A B D.

Digitized by Google

PROBLEME VIII.

Meſurer une Ellipſe.

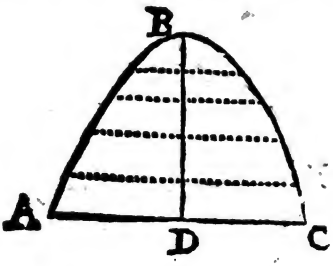
POur trouver l'aire de l'Ellipſe A B C D, dont le plus grand axe A C eſt ſuppoſé de 200 pieds, & le plus petit B D de 144, multipliez enſemble ces deux axes, pour avoir le contenu de leur rectangle 28800, qu'il faudra toûjours multiplier par 785, & diviſer le produit 22608000 toujours par 1000, & le quotient donnera 22608 pieds quarrez pour l'aire de l'Ellipſe propoſée A C B D, comme il eſt évident par *Theor.* 10.



PROBLEME IX.

Meſurer une Parabole.

POur trouver le contenu de la Parabole A B C, dont la baſe A C eſt ſuppoſée de 180 pieds, & la hauteur

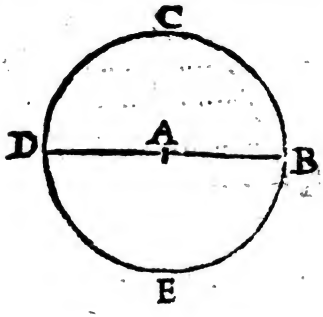


B D de 108, multipliez enſemble ces deux lignes A C, B D, pour avoir leur rectangle 19440, dont le double 38880 eſtant diviſé par 3, on aura 12960 pieds quarrez pour l'aire de la Parabole propoſée A B C, comme il eſt évident par *Theor.* 2.

PROBLEME X.

Meſurer la Surface d'une ſphere.

POur trouver la Surface de la ſphere B C D E, dont le diametre B D eſt ſuppoſé de 200 pieds, multipliez ce



diametre 200 par luy-même, pour avoir ſon quarré 40000, qu'il faudra multiplier toujours par 3 14, & diviſer le produit 1256000 toujours par 100, & le quotient donnera 125600 pieds quarrez pour la Surface de la ſphere propoſée B C D E, comme il eſt évident par *Theoreme* 15.

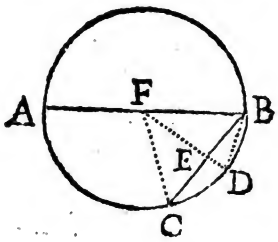
Digitized by Google

Ainſi parce que le diametre de la Terre eſt d'environ 2293 lieuës communes de France, ſa Surface ſe trouvera d'environ 16509646 lieuës quarrées.

PROBLEME XI.

Meſurer la Surface d'un Segment de Sphere.

POur trouver la Surface du Segment de ſphere B C D, le diametre A B eſtant ſuppoſé de 200 pieds, & l'arc B D C de 80 degrez, on cherchera l'aire d'un cercle, dont le rayon ſoit égal à la corde B D de la moitié de l'arc BDC, & cette aire donnera



celle du Segment proposé B C D, par *Probl.36. liv.1. d'Archimede de la Sphere & du Cylindre.* Ainsi toute la difficulté est de trouver le rayon BD, ce que l'on fera aisément par cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
Au diametre A B	200
Ainsi le Sinus du quart de l'arc B C	34202
A la ligne B D	68

qui se trouvera de 68 pieds & d'environ 5 pouces.

De ce que l'aire du Segment B C D est égale au cercle, dont le rayon est B D, il s'ensuit que cette même aire est aussi égale au rectangle sous la hauteur D E & la circonference du grand cercle de la sphere. La circonference du grand cercle se peut trouver par *Probl.* 5. & la hauteur D E par cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
Au demidiametre D F	100
Ainsi le Sinus du complement de la moitié de l'arc B D C	76604
A la ligne E F	76

laquelle se trouvera de 76 pieds & d'environ 7 pouces, lesquels estant

Digitized by Google

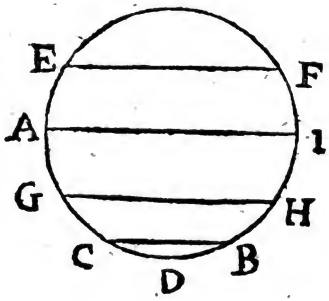
oſtez du demidiametre D F 100, il reſtera 23 pieds & 5 pouces pour la hauteur D E.

Mais pour venir à la pratique, & pour trouver methodiquement & exactement l'aire du Segment propoſé B C D, ſans paſſer par les fractions, multipliez le ſinus 34202 du quart de l'arc B D C par le diametre A B 200, & multipliez le produit 6840400 par luy-meſme, pour avoir ſon quarré 46791072160000, qu'il faudra multiplier toujours par 314, & diviſer le produit 14692396658240000 toujours par cent fois le quarré du Sinus Total, ſçavoir par 10000000000000, & le quotient donnnera 14692 pieds quarrez & environ 57 pouces quarrez pour la Surface du Segment propoſé BCD.

Pour avoir un calcul moins long, ſervez-vous des Logarithmes, & ajoûtez le Logarithme 95340517 du Sinus du quart de l'arc B D C au Logarithme 23010300 du diametre A B 200, la ſomme ſera 118350817, dont le double eſt 236701634, auquel vous ajoûterez le Logarithme 24969296 de 314, & vous oſterez de la ſomme

261670930 la ſomme 220000000 du Logarithme 20000000 de 100, & du double 200000000 du Logarithme 100000000 du Sinus Total, & il reſtera ce Logarithme 41670930, auquel il répond dans les Tables 14692 pieds quarrez & environ 57 pouces quarrez pour l'aire qu'on cherche.

Par cette maniere de meſurer la Surface d'un Segment de ſphere, on pourra meſurer cette partie de la Surface de la



Terre, qui eſt terminée par l'un des cercles Polaires, & qu'on appelle *zone froide*, comme B C D, dont l'arc B D C, eſt de 47 degrez.

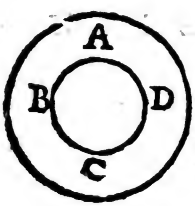
On pourra de la meſme façon meſurer la Surface du Segment G D H, ter-

miné par le Tropique G H, & dont l'arc G D H eſt de 133 degrez. Et ſi de ce Segment on oſte le premier, il reſtera la portion G C B H, qu'on appelle *zone temperée* ; & ſi on oſte le double de ce meſme Segment de la Surface entiere de la Terre, il reſtera la zone G H F E, qu'on nomme *zone torride.*

PROBLEME XII.

Meſurer une Couronne.

ON void aiſément que pour trouver l'aire de la Couronne ABCD, qui eſt terminée par les circonferences de deux cercles concentriques, dont les diametres ſont ſuppoſez connus, comme le plus grand de 200, & le plus petit de 122 pieds, il n'y a qu'à oſter l'aire du petit cercle, laquelle ſe trouvera de 11683 pieds quarrez & d'environ 135 pouces quar-



rez, par *Probl.* 5. de celle du grand cercle, laquelle ſe trouvera de 31400 pieds quarrez, le reſte donnera 19716 pieds quarrez & 9 pouces quarrez pour l'aire de la couronne propoſée A B C D.

Ou bien plus facilement, pour éviter les fractions, qui peuvent arriver dans l'aire de chaque cercle, multipliez la ſomme 322 des deux diametres par leur difference 78, & multipliez le produit 25116 toûjours par 157, & diviſez ce ſecond produit 3943212 toûjours par 200, le quotient donnera comme auparavant, 19716 pieds quarrez & environ 9 pouces quarrez, pour l'aire qu'on cherche.

PROBLEME XIII.

Meſurer la ſurface d'un Cylindre droit.

LE *Theor.* 11. vous apprend que pour trouver la Surface d'un Cylindre droit, on doit multiplier la circonference du cercle, qui luy ſert de

baſe par ſa hauteur, & qu'ainſi il faut connoiſtre la hauteur du Cylindre & le diametre de ſa baſe, & alors pour éviter les fractions, qui peuvent arriver à la circonference, multipliez le rectangle ſous le diametre & la hauteur toûjours par 314, & diviſez le produit toûjours par 100, le quotient donnera la Surface qu'on cherche.

PROBLEME XIV.

Meſurer la Surface d'un Cone droit.

LE *Theor.* 12. nous apprend que pour trouver la Surface d'un Cone droit, on doit multiplier la circonference du cercle, qui luy ſert de baſe par ſon coſté, & prendre la moitié du produit, & qu'ainſi il faut connoître le coſté du Cone & le diametre de ſa baſe, & alors pour éviter les fractions qui peuvent arriver à la circonference, multipliez le rectangle ſous le diametre de la baſe & le coſté du Cone toûjours par 157, & diviſez le produit toûjours par 100, le quotient donnera la ſurface qu'on cherche.

Digitized by Google

PROBLEME XV.

Meſurer la Surface d'un cone tronqué.

LE *Theor.* 14. nous apprend que pour trouver la Surface d'un Cone tronqué, on doit multiplier la ſomme des circonference des deux cercles oppoſez qui luy ſervent de baſes par ſon coſté, & prendre la moitié du produit, & qu'ainſi il faut connoiſtre le coſté du Cone tronqué & les diametres des deux baſes; & alors pour éviter les fractions qui peuvent arriver à la circonference de chaque baſe, multipliez le rectangle ſous le coſté du Cone tronqué & la ſomme des diametres des deux baſes toûjours par 157, & diviſez le produit toûjours par 100, le quotient donnera la ſurface qu'on cherche.

Nous ne donnons point les demonſtrations de tous ces petits abregez, parce qu'elles ſont faciles à trouver.

QUATRIEME PARTIE.

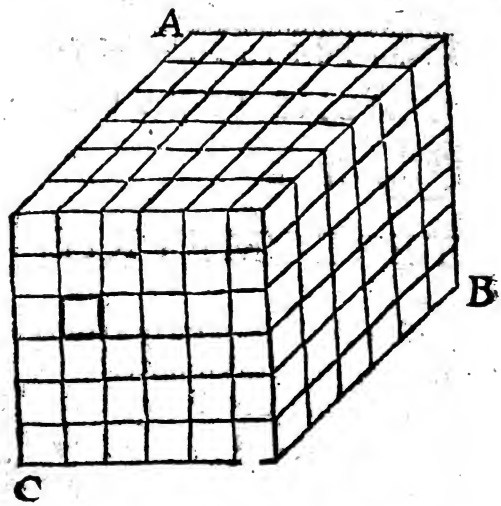
DE

LA STEREOMETRIE.

LA meſure des ſolides ou des corps ſe fait par de petits ſolides, comme la meſure des Plans ſe fait par de petits Plans, & la meſure des Lignes par de petites Lignes, parce qu'une meſure doit eſtre de meſme genre avec la quantité qu'elle meſure. C'eſt pourquoy la meſure des ſolides ſe doit faire par des ſolides, que l'on fait cubiques, parce qu'ils ſont plus commodes, comme par des toiſes cubiqnes, des pieds cubiques, &c.

Comme ſi du cube ABC, chacun des coſtez eſtoit par exemple de 6 pieds, en ſorte que ce cube repreſentât une toiſe cubique, la ſolidité de cette toiſe cubique ſe trouveroit de 216 pieds

cubiques qui ſont produits par l'interſection de certains Plans paralleles ti-

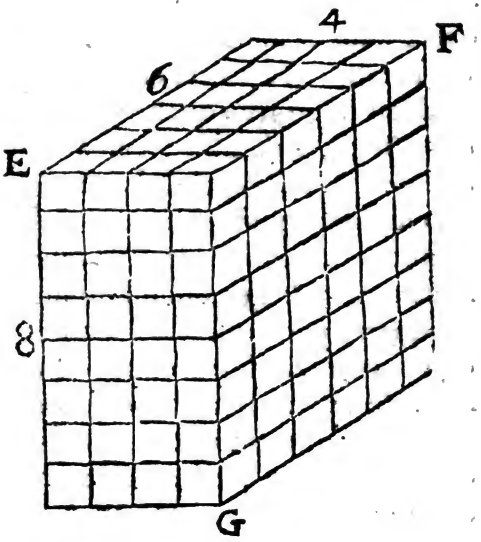


rez en long & en travers par les diviſions des coſtez oppoſez du cube propoſé A B C.

De meſme pour avoir la capacité du Parallelepipede rectangle E F G, dont les coſtez ſont ſuppoſez d'autant de pieds que vous les voyez icy marquez, nous nous imaginerons des Plans paralleles tirez par les diviſions des coſtez oppoſez, & ces Plans feront par leurs mutuelles interſections 192 pieds cubi-

Digitized by Google

ques pour la ſolidité du Parallelepipe-



de propoſé E F G.

Neanmoins la ſolidité de ce Parallelepipede rectangle ſe peut trouver avec bien moins de peine par la ſeule multiplication : car ſi on multiplie le nombre des pieds quarrez de l'une de ſes faces rectangulaires par le nombre des pieds courans du coſté perpendiculaire à cette meſme face ; ou plus

facilement, ſi on multiplie enſemble les trois dimenſions de ce corps, on aura le nombre des pieds cubiques contenus dans ce meſme corps. Il en eſt de meſme du cube precedent A B C.

D'où il ſuit que quand on multiplie trois lignes enſemble; on a la capacité de leur ſolide, c'eſt à dire d'un Parallelepipede rectangle, dont elles repreſentent la longueur, la largeur, & la hauteur; & que quand on multiplie un quarré par ſon coſté, on a le cube de ce coſté. Ainſi on connoiſtra qu'une toiſe courante ayant 6 pieds, une toiſe cubique aura 216 pieds cubiques; & qu'un pied ayant 12 pouces, un pied cubique aura 1728 pouces cubiques; & que pareillement une Perche ayant 18 pieds, une Perche cubique aura 5832 pieds cubiques; ainſi des autres.

C'eſt pourquoy quand on aura des toiſes cubiques à reduire en pieds cubiques, au lieu de multiplier ces toiſes par 6, on les multipliera par 216; & quand on aura des pieds cubiques à reduire en pouces cubiques, au lieu de multiplier ces pieds par 12,

Digitized by Google

on les multipliera par 1728. Tout au contraire quand on aura des pieds cubiques à reduire en toiſes cubiques, au lieu de diviſer ces pieds par 6, on les diviſera par 216; & quand on aura des pouces cubiques à reduire en pieds cubiques, au lieu de diviſer ces pouces par 12, on les diviſera par 1728, &c.

CHAPITRE I.

THEOREMES.

THEOREME I.

Vne ſphere eſt le tiers d'un Priſme, dont la baſe eſt égale à la Surface de la ſphere, & la hauteur au rayon de la meſme ſphere.

POur la demonſtration de Theoreme, diviſez par penſée la Surface de la ſphere en une infinité de parties égales, leſquelles pourront eſtre conſiderées comme les baſes d'autant de Cones, dont les pointes conviennent au centre de la ſphere, & dont la hauteur commune eſt par conſequent égale au rayon de la meſme ſphere: &

Digitized by Google

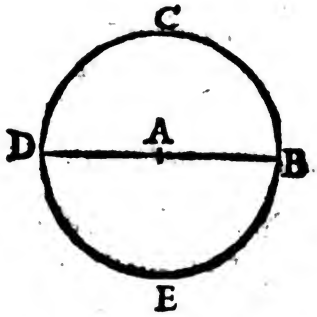
comme l'un de ces Cones eſt le tiers d'un Priſme, qui a même baſe & même hauteur, par 10. 12. il eſt aiſé de conclure que la ſomme de tous ces Cones, ou la ſphere entiere eſt le tiers d'un Priſme, dont la baſe eſt égale à la ſomme des baſes de tous ces Cones, c'eſt à dire à la Surface de la ſhpere; & la hauteur la meſme que celle des Pyramides, ou que le rayon de la ſphere. Ce qu'il faloit demontrer. On demontrera de la meſme façon qu'un ſecteur de ſphere eſt le tiers d'un Priſme, dont la baſe eſt égale à la baſe du ſecteur & la hauteur au Rayon de la ſphere.

THEOREME II.

Vne ſphere eſt au cube de ſon diametre, comme 157, à 300.

SUppoſons que le diametre B D de la ſphere B C D E, ſoit de 30 pieds: la Surface de cette ſphere ſera de 2826 pieds quarrez, par *Probl.* 10. *ch.* 1. *Planim.* leſquels eſtant multipliez par le

rayon de la ſphere, qui ſera de 15 pieds, le tiers du produit donnera 14130 pieds cubiques pour la ſolidité

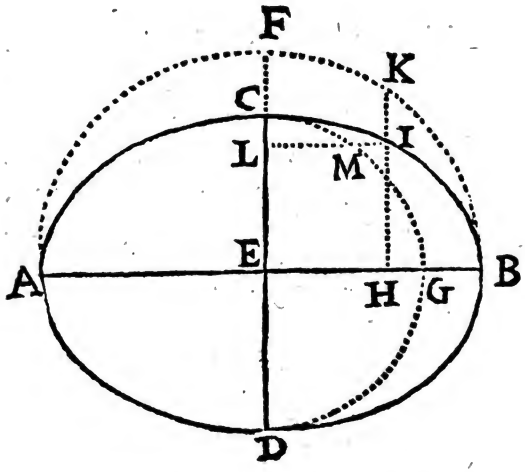


de la ſphere B C D E, par le Theoreme precedent. Le cube du diametre B D ſera 27000, ce qui fait voir que la ſphere B C D E eſt au cube de ſon diametre B D, comme 14130 à 27000, ou comme 1413 à 2700, ou (en diviſant chaque terme par 9,) comme 157 à 300; ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME III.

Vn Spheroïde eſt à une Sphere, dont le diametre eſt égal à l'axe de circonvolution, comme le quarré de l'autre axe au quarré du meſme axe de circonvolution.

SOit un Spheroïde ACBD, qui ſoit produit par la circonvolution d'u-



ne Ellipſe alentour de l'axe A B, lequel

à cauſe de cela eſt appellé *axe de circonvolution*, & qu'ailleurs nous avons appellé *aiſſieu du Spheroïde*. Je dis que ce Spheroïde eſt à une ſphere, dont le diametre eſt égal à l'aiſſieu A B, comme le quarré de l'axe C D au quarré du meſme aiſſieu A B.

Car ſi on décrit du centre E de l'Ellipſe A C B D, alentour de l'axe de circonvolution A B le Demi-cercle A F B, ce Demi-cercle décrira par ſon mouvement une ſphere, dont le diametre ſera l'aiſſieu A B ; & ſi par le point K pris à diſcretion ſur la Surface de cette ſphere, on tire ſur l'aiſſieu A B, la perpendiculaire K H, qui coupe la Surface du ſpheroïde en I, cette perpendiculaire K H fera par la circonvolution du Demi-cercle AFB alentour de l'aiſſieu A B, un cercle qui ſe trouvera dans la ſphere A B ; & pareillement la perpendiculaire correſpondante I H décrira par la circonvolution de l'Ellipſe A C B alentour du meſme aiſſieu A B un cercle, qui ſe trouvera dans le ſpheroïde ACBD : & ce que je viens de dire de ces deux perpendiculaires ſe doit entendre de

toutes les autres que l'on peut tirer par tous les poins de l'aiſſieu AB, que l'on doit concevoir diviſé en une infinité de parties égales. C'eſt pourquoy on peut conſiderer la ſphere A B & le ſpheroïde A C B D comme les ſommes d'autant de cercles infinis l'un que l'autre, ou ſi vous voulez d'autant de Cylindres infinis d'une même hauteur infiniment petite : & comme les baſes de tous ces Cylindres infinis, ou ces cercles infinis ſont comme les quarrez de leurs diametres, & par conſequent de leurs Demi-diametres K H, I H, par 2. 12. & que ces Demi-diametres K H, I H, ſont proportionnels aux deux F E: C E, & par conſequent aux deux axes A B, C D, par *Theor. 9. Planim.* on conclud aiſément que la ſomme de tous les cercles du ſpheroïde A C B D, ou le ſpheroïde A C B D eſt à la ſomme de tous les cercles de la ſphere AB, c'eſt à dire à la ſphere A B, comme le quarré de l'axe C D au quarré de l'axe de circonvolution A B. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME

Digitized by Google

THEOREME IV.

Vn Spheroïde eſt au ſolide ſous l'axe de circonvolution & le quarré de l'autre axe, comme 157 à 300.

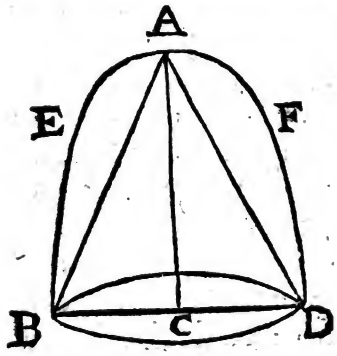
PUiſque par le Theoreme precedent, un ſpheroïde eſt à une ſphere dont le diametre eſt égal à l'axe de circonvolution, comme le quarré de l'autre axe au quarré du même axe de circonvolution ; ſi l'on donne à ces deux quarrez l'axe de circonvolution pour hauteur commune, le ſpheroïde ſera à la ſphere, comme le ſolide ſous l'axe de circonvolution & le quarré de l'autre axe, au cube de l'axe de circonvolution: & en permutant, le ſpheroïde ſera au ſolide ſous l'axe de circonvolution & le quarré de l'autre axe, comme la ſphere au cube de l'axe de circonvolution, c'eſt à dire au cube de ſon diametre : & ſi à la place de ces deux derniers termes on met ces deux autres 157, 300, qui ſont en même raiſon, par *Theor.* 2. le ſphe-

roïde ſera au ſolide ſous l'axe de circonvolution & le quarré de l'autre axe, comme 157 à 300. Ce qu'il faloit démontrer.

THEOREME V.

Vn Paraboloïde eſt la moitié d'un Cylindre de même baſe & de même hauteur.

SOit le Paraboloïde A E B D F, dont la hauteur A C, & la baſe un cercle, dont le diametre eſt B D.



Je dis que ce Paraboloïde eſt la moitié d'un Cylindre, dont la hauteur eſt A C, & la baſe eſt le cercle B D.

Car ſi on diviſe la hauteur A C en une infinité de parties égales, & que

par les points de diviſion l'on tire dans la Parabole des lignes paralleles à ſa baſe BD, leſquelles par conſequent ſeront des ordonnées: comme ce Paraboloïde eſt produit par le mouvement de la parabole BAD alentour de l'axe AC, toutes ces paralleles ou ordonnées décriront par ce mouvement des cercles: & parce que les quarrez de ces paralleles ou diametres ſont dans la proportion des nombres naturels, c'eſt à dire dans une continuelle proportion arithmetique, par la proprieté de la Parabole, que l'on ſuppoſe plane, les cercles ſeront dans cette même proportion, par 2. 12. Ainſi on peut conſiderer le Paraboloïde comme un corps compoſé d'une infinité de cercles en continuelle proportion arithmetique, dont le plus grand eſt la baſe du Paraboloïde, & dont le mombre eſt repreſenté par la hauteur AC. C'eſt pourquoy la ſomme de tous ces cercles infinis, ou le Paraboloïde, eſt par *Theor.* 3. *Planim.* la moitié du plus grand ou de la baſe multipliée par la hauteur AC, c'eſt à dire du Cylindre dont la hauteur &

la baſe ſont les mêmes que celles du Paraboloïde propoſé A E B D F. Ce qu'il falloit démontrer.

CHAPITRE II.

Problemes.

PROBLEME I.

Meſurer un Priſme.

SI le Priſme propoſé eſt un Parallelepipede rectangle, on en trouvera la ſolidité, en multipliant enſemble ſes trois dimenſions, c'eſt à dire ſa longueur, ſa largeur, & ſa profondeur, comme il eſt évident par ce qui a eſté dit dans la Preface de cette quatriéme Partie.

Si le Priſme propoſé n'eſt pas un Parallelepipede, on multipliera l'aire de l'une de ſes deux baſes paralleles par la perpendiculaire tirée entre ces deux mêmes baſes, & le produit donnera la ſolidité qu'on cherche, parce qu'ainſi on a la ſolidité d'un Paralle-

Digitized by Google

lepipede rectangle, qui eſt égal au Priſme propoſé par 31. 11.

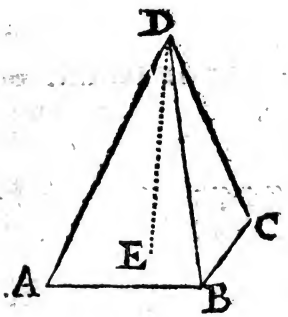
Ainſi vous voyez qu'il n'y a qu'à meſurer bien exactement la hauteur du Priſme, & ſa baſe, dont l'aire ſe connoiſtra par les principes de la Planimetrie, car ſi elle eſt triangulaire, on la meſurera comme nous avons enſeigné à meſurer un triangle; & pareillement ſi elle eſt un cercle, on la meſurera comme nous avons enſeigné à meſurer un cercle: & alors pour éviter les fractions qui peuvent arriver dans la baſe de ce Priſme, lequel dans ce cas ſera un Cylindre, multipliez le ſolide ſous le quarré du diametre de la baſe, & la hauteur du Cylindre toûjours par 785, & diviſez le produit toûjours par 1000, pour avoir tres-exactement la ſolidité du Cylindre propoſé.

PROBLEME II.

Meſurer une Pyramide.

LEs Pyramides de quelque figure qu'elles puiſſent eſtre, & quelque poſition qu'elles puiſſent avoir, ſe meſurent en multipliant la baſe par la hauteur, & en diviſant le produit par 3, parce que par cette multiplication on trouve le contenu d'un Priſme, lequel eſt triple de la Pyramide, par 7. 12.

Si la baſe eſt un parallelogramme rectangle, comme A B C, on la meſurera, en multipliant ſa longueur A B par ſa largeur B C, comme vous avez vû dans la Planimetrie. Or comme dãs ce cas, il ne s'agit que de multiplier trois lignes enſemble, &



qu'elles ſont ordinairement repre entées par des fractions, on les reduira comme nous avons déja dit ailleurs en même dénomination. Comme ſi la longueur A B eſtoit de 8 toiſes & 4 pieds, la largeur B C de 3 toiſes & 2 pieds, & la hauteur D E de 12 toiſes & 3 pieds, on reduira toutes ces lignes en pieds, & alors on trouvera la longueur A B de 52 pieds, la largeur B C de 20 pieds, & la hauteur D E de 75 pieds: aprés quoy on trouvera la ſolidité de la Pyramide A B C D en pieds cubiques, ſçavoir en multipliant la longueur A B 52 par la largeur B C 20, pour avoir la baſe A B C de 1040 pieds quarrez, leſquels eſtant multipliez par la hauteur D E 75, le tiers du produit donnera 26000 pieds cubiques pour la ſolidité qu'on cherche, qu'on reduira ſi l'on veut, en toiſes cubiques, en les diviſant par 216, & alors on aura 120 toiſes cubiques & 80 pieds cubiques pour la ſolidité de la Pyramide propoſée A B C D.

Si la baſe eſt un cercle, on la meſurera comme nous avons enſeigné dans la Planimetrie à meſurer un cer-

cle, & on la multipliera toûjours par le tiers de la hauteur de la Pyramide, laquelle dans ce cas ſera un Cone. Mais pour éviter les fractions, qui peuvent arriver dans la baſe du Cone, multipliez le produit ſous le quarré du diametre de la baſe du Cone & la hauteur du même Cone toûjours par 157, & diviſez ce ſecond produit toûjours par 600.

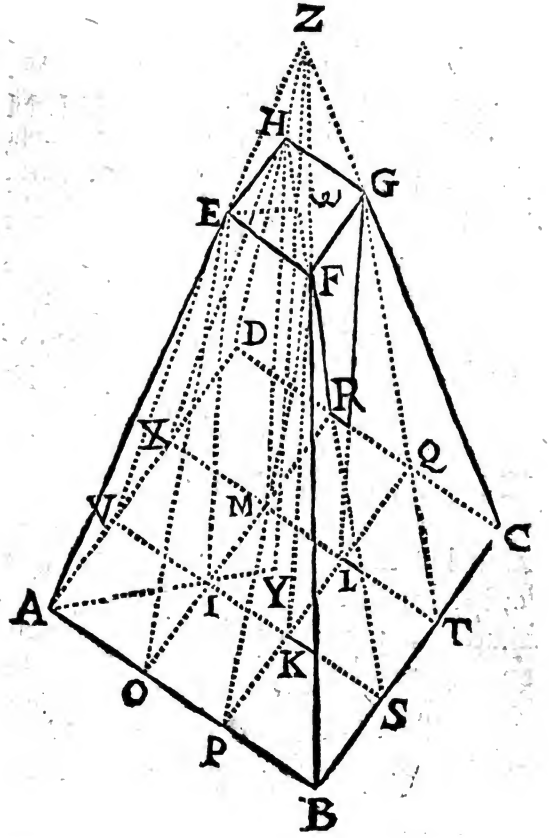
PROBLEME III.

Meſurer une Pyramide tronquée.

NOus ſuppoſerons icy pour une plus grande facilité, que la Pyramide tronquée eſt droite, & qu'elle eſt terminée par les deux quarrez paralleles & inégaux ABCD, EFGH. Nous ſuppoſerons auſſi que le coſté AB de la plus grande baſe eſt de 14 pieds, que le coſté EF de la plus petite baſe eſt de 4 pieds, & que la hauteur ω Y de la Pyramide tronquée eſt de 30 pieds.

Cela eſtant ſuppoſé, pour trouver

la ſolidité de cette Pyramide tron-



quée, on la reduira en des Priſmes

& en des Pyramides. On verra icy aiſément qu'elle eſt compoſée de cinq Priſmes & de quatre Pyramides égales. Le premier de ces cinq Priſmes eſt au milieu de tous les autres, & c'eſt un Parallelepipede rectangle, dont la baſe eſt le quarré I K L M égal au quarré E F G H, & dont la hauteur E I eſt la meſme que celle de la Pyramide tronquée. Les quatre autres Priſmes ſont égaux entre eux, parce que leur hauteur eſt égale, ſçavoir celle de la Pyramide tronquée, & que leurs baſes ſont pareillement égales, ſçavoir les quatre Parallelogrammes rectangles O P K I, K L T S, L M R Q, M I V X: mais ils ne ſont pas des parallelepipedes, mais ſeulement les moitiez d'autant de parallelepipedes de meſme baſe & de meſme hauteur, parce qu'ils ſe terminent en pointe, leurs ſommets eſtant les lignes du quarré E F G H. Les quatre Pyramides, dont les pointes ſont les quatre points E, F, G, H, ſont pareillement égales, parce qu'elles ont une hauteur commune, qui eſt la même que celle de la Pyramide tron-

quée, & que leurs baſes ſont égales, ſçavoir les quatre quarrez A O I V, P B S K, L T C Q, M R D X.

Puiſque nous avons ſuppoſé A B de 14 pieds, & E F, ou I K de 4, le quarré IKLM ſe trouvera de 16 pieds quarrez, leſquels eſtant multipliez par la hauteur E I, que nous avons ſuppoſée de 30 pieds, on aura 480 pieds cubiques pour la ſolidité du parallelepipede rectangle E I L G.

La ligne O P ſera de 4 pieds, & O I de 5, & l'aire de chacun des quatre Parallelogrammes rectangles O P K I, K S T L, L M R Q, M I V X, ſe trouvera de 20 pieds quarrez, c'eſt pourquoy la ſomme de ces quatre parallelogrammes ſera de 80 pieds quarrez, leſquels eſtant multipliez par la hauteur commune 30, la moitié du produit donnera 1200 pieds cubiques pour la ſomme des quatre Priſmes égaux qui s'appuyent ſur les quatre rectangles precedens.

Enfin l'aire de chacun des quatre quarrez égaux A O I V, P B S K, L T C Q, D R M X, ſe trouvera de 25 pieds quarrez, c'eſt pourquoy la

ſomme de ces quatre quarrez ſera de 100 pieds quarrez, leſquels eſtant multipliez par la hauteur commune 30, le tiers du produit donnera 1000 pieds cubiques pour la ſolidité des quatre Pyramides égales, qui s'apuyent ſur les quatre quarrez precedens.

Si l'on ajoûte enſemble ces trois ſoliditez trouvées 480, 1200, 1000, leur ſomme donnera 2680 pieds cubiques pour la ſolidité de la Pyramide tronquée A C G E.

Comme il eſt embaraſſant de meſurer tant de Priſmes & tant de Pyramides, lorſque la baſe de la Pyramide tronquée eſt compoſée d'un grand nombre de coſtez, il vaudra mieux ſe ſervir de cette autre methode, qui eſt generale pour toute ſorte de Pyramides tronquées.

Prolongez par penſée les coſtez de la Pyramide tronquée juſqu'à ce qu'ils ſe coupent en un point, comme en Z, pour avoir deux Pyramides, dont la pointe commune ſera Z, & dont les baſes ſeront les deux baſes A B C D, E F G H, de la Pyramide tronquée; & ôtez de la ſolidité de la plus gran-

Digitized by Google

de Pyramide celle de la plus petite, pour avoir au reſte la ſolidité de la Pyramide tronquée. Mais pour avoir la ſolidité de la plus grande & de la plus petite Pyramide, il ſuffira de connoiſtre leurs hauteurs Z Y, Z ω, parce que leurs baſes A B C D, E F G H, ſont déja connuës; & pour connoiſtre les hauteurs Z Y, Z ω, tirez les deux lignes A Y, E ω, qui eſtant paralleles, feront les deux triangles ſemblables Z Y A, Z ω E, dans leſquels par 4. 6. on fera cette analogie, A Y, E ω :: Z Y, Z ω, & ſi au lieu des deux premiers termes A Y, E ω, on met les deux côtez A B, E F, qui ſont en même raiſon, on aura cette autre analogie, A B, E F; : Z Y, Z ω, & en diviſant on aura celle-cy A B-E F, A B : : ω Y, Z Y, & ſi aux trois lignes A B, E F, ω Y, l'on reſtituë leurs valeurs ſuppoſées 14, 4, 30, on aura cette derniere analogie, 10, 14, : : 30, Z Y, dont les trois premiers termes étant connus, le quatriéme Z Y, ſe connoiſtra en multipliant le troiſiéme terme 30 par le ſecond 14, & en diviſant le produit 420 par le pre-

mier 10, & l'on aura 42 pieds pour la hauteur Z Y de la grande pyramide & ſi on en ôte la hauteur ω Y de la pyramde tronqueé, qui a eſté ſuppoſée de 30 pieds, il reſtera 12 pieds pour la hauteur Z ω de la petite pyramide.

Si on multiplie la baſe A B C D de la grande pyramide, qui eſt icy de 196 pieds quarrez, par ſa hauteur Z Y, qui a eſté trouvée de 42 pieds, le tiers du produit donnera 2744 pieds cubiques pour la ſolidité de la grande pyramide, & ſi on multiplie la baſe E F G H de la petite pyramide, qui eſt icy de 16 pieds quarrez, par ſa hauteur Z ω, qui a eſté trouvée de 12 pieds, le tiers du produit donnera 64 pids cubiques pour la ſolidité de la petite pyramide, laquelle eſtant ôtée de celle de la plus grande, que nous avons trouvée de 2744 pieds cubiques, le reſte donnera 2680 pieds cubiques pour la ſolidité de la pyramide tronquée, comme auparavant.

Quoyque cette methode ſemble un peu longue, elle peut neantmoins être bien courte, parce qu'on peut facilement la reduire à cet abregé. Ajoû-

tez enſemble les aires 196, 16, des deux baſes A B C D, E F G H, pour avoir leur ſomme 212. Multipliez enſemble les deux mêmes baſes 196, 16, pour avoir leur produit 3136, dont la racine quarrée 56 doit eſtre ajoutée à la ſomme precedente 212, pour avoir une ſeconde ſomme 268, laquelle étant multipliée par la hauteur oY de la pyramide tronquée, que nous avons ſuppoſée de 30 pieds, le tiers du produit donnera comme auparavant 2680 pieds cubipues pour la ſolidité qu'on cherche.

Cette regle ſe peut appliquer à un cône tronqué, mais pour eviter les fractions qui peuvent arriver dans l'aire de chaque baſe, ajoûtez à la ſomme des quarrez des diametres des deux baſes le produit des deux mêmes diametres, & multipliez la ſomme par la hauteur du cone tronqué, pour avoir un ſecond produit qu'il faudra multiplier toûjours par 157, & diviſer ce troiſiéme produit toûjours par 600, pour avoir la ſolidité du cone tronqué.

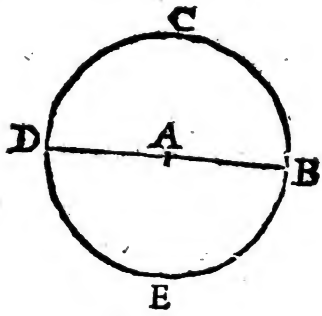
Ou plus brievement, multipliez l'ex-

cez du quarré de la ſomme des diametres des deux baſes ſur le produit des deux mêmes diametres par 157 fois la hauteur du cone tronqué, & diviſez le produit par 600, le quotient donnera la ſolidité qu'on cherche.

PROBLEME IV.

Meſurer une ſphere.

POur trouver la ſolidité de la ſphere B C D E, dont le diametre B D, eſt ſuppoſé de 200 pieds, cherchez par



Probl. 9. Planim. ſa ſurface qui ſe trouvera de 125600 pieds quarrez, & multipliez cette ſurface 125600 par

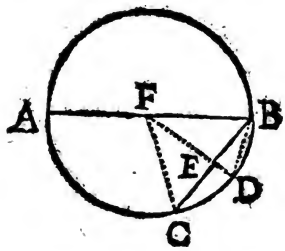
le rayon A B de la ſphere que nous avons ſuppoſé de 100 pieds, & le tiers du produit donnera 4186666 pieds cubiques & 1152 pouces cubiques pour la ſolidité de la ſphere propoſée B C D E, comme il eſt évident par *Theor.* 1.

Ou bien pour eviter les fractions qui peuvent arriver à la ſurface de la ſphere, multipliez le cube 8000000 du diametre B D 200 toûjours par 157, & diviſez le produit 1256000000 toûjours par 300, & la ſolidité qu'on cherche ſe trouvera la même qu'auparavant. La demonſtration de cette pratique eſt evidente par *Theor.* 2.

PROBLEME V.

Mesurer un secteur de sphere.

POur trouver la solidité du secteur de sphere B F C D, le diametre A B estant supposé de 200 pieds, &



l'arc B D C de 80 degrez, cherchez par *Probl.* 11. *Planim.* l'aire de la base du secteur, ou la surface du Segment de sphere B C D, qui se trouvera de 14692 pieds quarrez, & d'environ 57 pouces quarrez, & multipliez cette base par le rayon C F 100, le tiers du produit donnera par *Theor.* 1. 489746 pieds cubiques & 912 pouces

pour la ſolidité du ſecteur propoſé B F C D.

Cette ſolidité ainſi trouvée n'eſt pas dans une trop grande préciſion, parce que dans la ſurface du ſegment de ſphere, c'eſt-à-dire dans la baſe du ſecteur nous avons negligé les fractions de pouces. C'eſt pourquoy pour trouver autant exactement qu'il ſera poſſible la ſolidité du ſecteut propoſé B F C D independamment de ſa baſe, ſuivez cette regle qui a ſa demoſtration.

Multipliez le ſinus verſe 2339556 de la moitié de l'arc B D C par le cube 8000000 du diametre A B 200, & le produit 18716448000000 toûjours par 157, & diviſez ce ſecond produit 2938482360000000 toûjours par 600 fois le ſinus Total 10000000, c'eſt-à-dire par 6000000000, le quotient donnera environ 489747 pieds cubiques pour la ſolidité qu'on cherche.

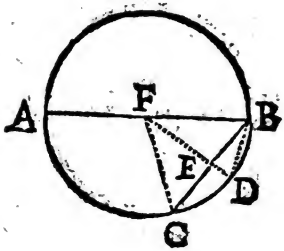
Le ſinus verſe d'un arc, ſe trouve en oſtant du ſinus total le ſinus de ſon complement, lors qu'il eſt moindre que de 90 degrez, & en ajoûtant au ſinus total le ſinus de ſon comple-

ment, lors qu'il eſt plus grand que de 90 degrez.

PROBLEME VI.

Meſurer un ſegment de ſphere.

POur trouver la ſolidité du Segment de ſphere BCD, le diametre AB eſtant ſuppoſé, comme auparavant, de 200 pieds, & l'arc BDC de 80 degrez, cherchez par le Probleme precedent, la ſolidité du ſecteur BFCD, qui a eſté trouvée de 4897-47 pieds cubiques, & oſtez-en le cone FCB, qui ſe trouvera de 331282 pieds cubiques, & 296 pouces cubiques par *Probl.* 2. le reſte donne-



ra 158464 pieds cubiques & 1432 pouces cubiques pour la ſolidité du Segment propoſé B C D.

Mais pour trouver la ſolidité du cone F C B, il faut trouver ſa hauteur E F, & le diametre B C de ſa baſe, laquelle on pourra connoiſtre enſuite par *Probl.* 5. *Planim.* La hauteur E F a eſté trouvée au *Probl.* 10. *Planim.* de 76 pieds & 7 pouces, & le diametre B C ſe trouvera par cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
Au diametre A B	200
Ainſi le Sinus de la moitié de l'arc B D C	64279
Au diametre B C	$128\frac{1}{2}$

Pour trouver methodiquement la ſolidité de ce cone, ſans paſſer par les fractions qui peuvent arriver à ſa hauteur & à ſa baſe; multipliez le quarré 413178984 1 du ſinus 64279 de la moitié de l'arc B D C par le ſinus 76604 du complement de la même moitié, & multipliez le produit 316511628979-964 par 157 fois le cube 8000000 du diametre A B 200, ſçavoir par 1256-000000, & diviſez ce ſecond produit 39753860599884378400000 0 par

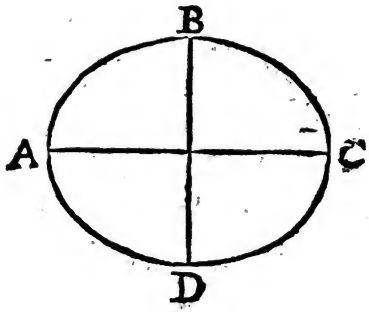
1200 fois le cube 1000000000000000 du ſinus Total 100000, ſçavoir par 1200000000000000000, le quotient donnera 331282 pieds cubiques & 296 pouces cubiques pour la ſolidité du cone B D C.

Pour éviter un calcul ſi long, ſervez-vous des Logarithmes, & ajoûtez enſemble ces quatre choſes : le double 19.6161350 du Logarithme du ſinus de la moitié de l'arc B D C, le Logarithme 9.8842539 du ſinus du complement de la même moitié, le Logarithme 2.1958996 de 157, le triple 6.9030897 du Logarithme 2.3010299 du diametre A B 200, & ôtez de la ſomme 38.5993782 la ſomme 33079181 2 du Logarithme 3.0791812 de 1200, & du triple 30.0000000 du Logarithme 10.0000000 du Sinus Total, il reſtera ce Logarithme 5.5201970, qui donnera environ la même ſolidité qu'auparavant.

PROBLEME VII.

Meſurer un ſpheroide.

POur trouver la ſolidité du Spheroïde ABCD, dont AC eſt ſuppoſé l'axe de circonvolution, qui ſoit



par exemple de 200 pieds, & l'autre axe B D de 144, cherchez par *Probl.* 4. la ſolidité d'une ſphere, dont le diametre ſoit égal à l'axe de circonvolution A C 200, cette ſolidité ſe trouvera de 4186666 pieds cubiques, & 1152 pouces cubiques; que vous multiplierez par le quarré 20736 de

l'autre axe B D 144, & vous diviſerez le produit 86814720000 par le quarré 40000 de l'axe de circonvolution A C 200, le quotient donnera 2170368 pieds cubiques pour la ſolidité du Spheroïde propoſé ABCD, comme il eſt évident par *Theor.* 3.

Ou plus facilement pour éviter les fractions qui ſe peuvent rencontrer dans la ſolidité de la ſphere, multipliez le produit 4147200 ſous l'aiſſieu A C 200, & le quarré 20736 de l'axe B D 144, toûjours par 157, & diviſez le produit 651110400 toujours par 300, le quotient donnera comme auparavant, 2170368 pieds cubiques pour la ſolidité qu'on cherche, comme il eſt évident par *Theor.* 4.

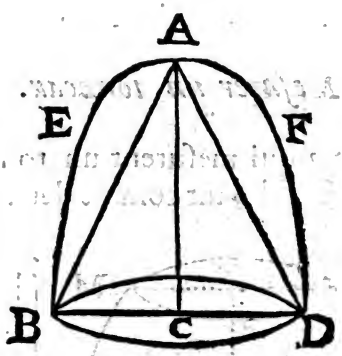
PROBLEME VIII.

Meſurer un Paraboloide.

POur trouver la ſolidité du Paraboloïde A E B D F, dont la hauteur A C eſt ſuppoſée de 215 piedi, & le diametre B D de ſa baſe 200, cher-

chez

chez par *Probl.* 5. *Planim.* l'aire de cette baſe, qui ſe trouvera de 31400 pieds quarrez, que vous multiplierez



par la hauteur A C 215, & la moitié du produit donnera 3375500 pieds cubiques pour la ſolidité du Paraboloïde propoſé A E B D F, comme il eſt évident par *Theor.* 5.

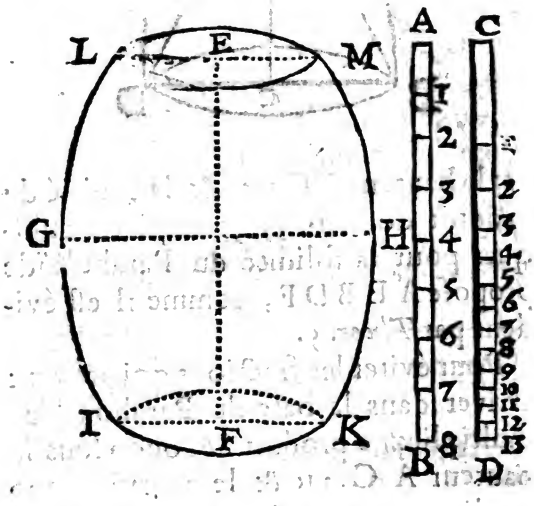
Pour éviter les fractions qui peuvent arriver dans la baſe du Paraboloïde, multipliez le produit 8600000 ſous la hauteur A C 215 & le quarré 40000 du diametre B D de la baſe, toûjours par 157, & diviſez le produit 1350200000 toûjours par 400, le quotient donnera, comme auparavant, 337500.

pieds cubiques pour la ſolidité qu'on cherche.

PROBLEME IX.

Meſurer un tonneau.

IL y en a qui meſurent un tonneau, en le conſiderant comme deux cones



tronquez joints enſemble, ou comme une partie de Spheroïde: mais comme tout cela ne fait qu'approcher de la

verité, j'aime mieux me ſervir de la methode ſuivante, laquelle quoyque mecanique, approche auſſi beaucoup de la verité, & eſt tres-commode dans la pratique.

Il faut en premier lieu déterminer la meſure dont on veut ſe ſervir, parce qu'elle n'eſt pas la meſme par tout. Suppoſons que cette meſure quelque nom qu'elle puiſſe avoir, ſoit un Priſme, comme un cylindre concave, dont la hauteur ſoit de 6 pouces, & le diametre de ſa baſe de 3 pouces.

Cela eſtant ſuppoſé, préparez une regle de fer, ou de quelqu'autre matiere ſolide, comme A B, & y mettez d'un coſté la hauteur de voſtre meſure autant de fois qu'elle y pourra entrer, & y marquez les points, 1, 2, 3, 4, 5, &c. & ce coſté s'appellera, *le coſté des parties égales*. Mais ſur l'autre coſté, comme ſeroit CD, que nous apellerons *le coſté des diametres*, vous y marquerez premierement le diametre de voſtre meſure, depuis C juſques au point 1, puis le diametre d'une meſure double depuis le même point C juſques au point 2, & ainſi enſuite.

Toute la difficulté eſt de trouver les diametres des meſures doubles, triples, &c. Pour cette fin diviſez le diametre de voſtre meſure en pluſieurs parties égales, & le nombre le plus grand ſera le meilleur, comme en 100, & faites-en une échelle particuliere, pour y prendre la quantité d'un diametre d'une meſure double, triple, &c. en cette ſorte.

Pour trouver le diametre d'une meſure double, ſuppoſant que celuy de la meſure ſimple ſoit de 100 parties, doublez le quarré de ce nombre 100, & vous aurez 20000, dont la racine quarrée donnera environ 141 parties, qui étant priſes ſur l'échelle doivent eſtre portées depuis C juſques à 2, & C 2 ſera le diametre d'une meſure double, & ainſi des autres.

La regle eſtant ainſi preparée, voicy la maniere de s'en ſervir. Voyez premierement ſur le coſté des parties égales, combien de telles parties contient la longueur du tonneau E F, ſuppoſons qu'elle en contienne 7 $\frac{1}{2}$. Voyez encore ſur le coſté des diametres, ou des parties inégales combien de telles par-

ties contient le plus petit diametre I K ou L M, s'ils ſont égaux, & le plus grand G H, ce qui ſera aiſé, en faiſant paſſer la regle par le bondon, & ſi G H en contient par exemple $8\frac{1}{2}$, & I K $4\frac{1}{4}$, ajoûtez enſemble ces deux nombres 8, $\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{4}$, ou $\frac{4}{4}$, $\frac{17}{4}$, & vous aurez $\frac{51}{4}$, dont la moitié $\frac{51}{8}$, ou $6\frac{3}{8}$ eſt la quantité d'un diametre moyen arithmetique, laquelle eſtant multipliée par la hauteur E F, que nous avons ſuppoſée $7\frac{1}{2}$, le produit donnera environ 48 meſures pour la capacité du tonneau K I-L M.

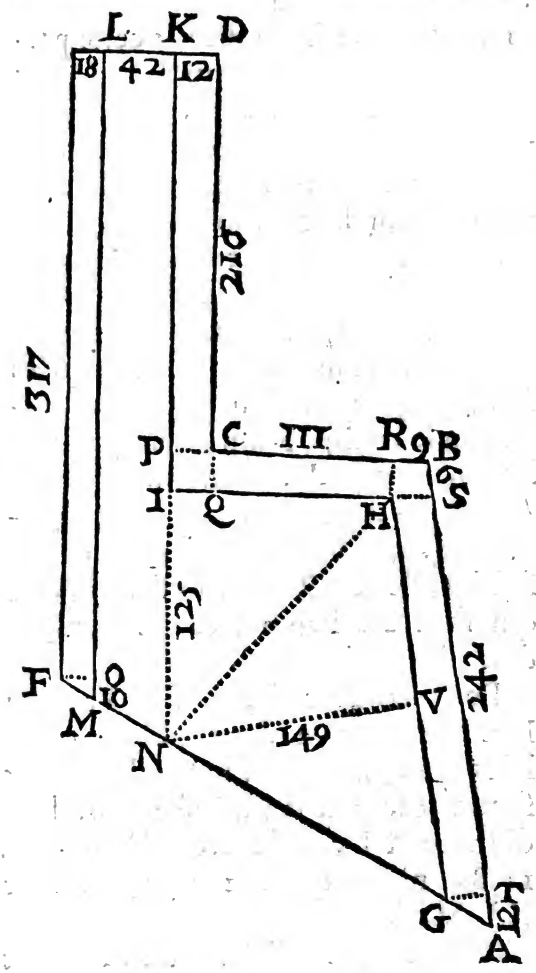
Si vous voulez trouver en meſures cubiques, comme en pouces cubiques la ſolidité de ce tonneau, meſurez en pouces la longueur E F, & les deux diametres G H, I K, dont le produit doit eſtre oſté du quarré de leur ſomme, aprés quoy on doit multiplier le reſte toûjours par 157 fois la longueur E F du tonneau, & diviſer le produit toûjours par 600.

PROBLEME X.

Mesurer un rempart.

LA ligne A B represente la face d'un Bastion d'un Exagone regulier, dont le costé interieur est supposé de 120 toises, ou de 720 pieds. La ligne B C represente le flanc, que l'on suppose perpendiculaire à la courtine, & de 20 toises, ou de 120 pieds. La ligne C D represente la moitié de la courtine, que nous supposerons icy de 216 pieds. La ligne D E, qui est perpendiculaire à C D represente l'épaisseur du Rempart par le pied, que nous supposerons de 72 pieds, & la ligne E F, qui est parallele à la courtine C D, & qui est terminée en F par la Capitale prolongée, termine la base du Rempart du costé de la ville. La ligne G H I K, qui est parallele au premier trait termine le talud exterieur du Rempart, & la ligne L M l'interieur, tellement que l'espace compris en dedans par ces deux dernieres lignes, ça-

voir le plan GHIKLMG repreſente



la largeur du Rempart, ſur laquelle on l'éleve ſans taluds.

Pour trouver la ſolidité de cette partie du Rempart, ce qui ſuffit pour ſçavoir la ſolidité entiere du Rempart, parce que nous ſuppoſons que la place eſt reguliere, il faut connoiſtre en premier lieu la quantité des lignes & des angles, ce qui ſera facile à celuy qui entendra la fortification. Nous ſuppoſons icy les lignes d'autant de pieds que vous les voyez marquées dans la figure, où l'on void aſſez clairement leur diſpoſition, ſans qu'il ſoit beſoin d'en parler icy davantage.

Cela eſtant ſuppoſé, il faut commencer à meſurer les baſes des divers ſolides, dont le Rempart eſt compoſé, qui ſont des Priſmes & des Pyramides.

Pour trouver l'aire du Trapeze K L M N, qui a deux coſtez paralleles K N, L M, on multipliera leur ſomme 680 par la moitié 21 de leur diſtance K L, & le produit donnera 14280 pieds quarrez pour la baſe K L M N.

Pour trouver l'aire du Trapeze

GHIN, on le reduira en deux triangles NIH, GHN. L'aire du premier triangle ſe trouvera de 7687 pieds quarrez, & celle du ſecond de 18029. La ſomme des deux aires donnera 25716 pieds quarrez, pour l'aire du Trapeze GHIN, laquelle eſtant ajoûtée à celle du Trapeze KLMN, que nous avons trouvée de 14280 pieds quarrez, on aura 39996 pieds quarrez pour l'aire de la baſe GHIKLM, laquelle eſtant multipliée par la hauteur du Rempart, que nous ſuppoſerons de 18 pieds, on aura 719928 pieds cubiques pour la ſolidité de la terre, qui s'éleve ſans taluds ſur la baſe GHIKLM.

Pour trouver la ſolidité des taluds, & premierement celle du talud interieur, on le reduira en un Priſme, dont la baſe eſt le rectangle FOLE, & en une Pyramide, dont la pointe eſt F, la hauteur eſt FO, & un coſté de ſa baſe rectangulaire eſt OM, l'autre coſté eſtant égal à la hauteur du Rempart. L'aire du rectangle FOLE ſe trouvera de 5706 pieds quarrez, laquelle eſtant multipliée par la moi-

tié de la hauteur du Rempart, on aura 51354 pieds cubiques, pour la ſolidité du Priſme, dont la baſe eſt F O L E. L'aire de la baſe de la Pyramide FOM ſe trouvera de 180 pieds quarrez, laquelle eſtant multipliée par le tiers de ſa hauteur F O, on aura 1080 pieds cubiques, pour la ſolidité de la Pyramide F O M. Si on ajoûte enſemble ces deux ſoliditez 51354, 1080, leur ſomme 52434 donnera la ſolidité du talud interieur.

Pareillement pour trouver la ſolidité du talud exterieur, on le reduira en trois priſmes, dont les baſes ſont les trois rectangles C D K P, C R H Q, G H S T, & en trois Pyramides, dont les baſes ſont le quarré C P I Q, le Trapeze H R B S, & le triangle A T G. La ſomme 569 des trois longueurs C D, C R, S T, eſtant multipliée par la largeur commune D K 12, donnera 6828 pieds quarrez pour l'aire des trois Rectangles precedens, laquelle eſtant multipliée par la moitié de la hauteur du Rempart, on aura 61452 pieds cubiques pour la ſolidité des trois Priſmes, dont le talud exte-

rieur eſt compoſé. L'aire du quarré Q C P I ſe trouvera de 144 pieds quarrez, celle du trapeze H R B S de 108, & celle du triangle A T G de 72. La ſomme de ces trois aires eſt 324, laquelle eſtant multipliée par le tiers de la hauteur du Rempart donnera 1944 pieds cubiques pour la ſolidité des trois Pyramides, laquelle eſtant ajoûtée à celle des trois Priſmes precedens, qui a eſté trouvée de 61452 pieds cubiques pour la ſolidité du talud exterieur.

Enfin ſi on ajoûte enſemble ces trois ſoliditez trouvées 63396, 52434, 719928, qui ſont les ſoliditez du talud exterieur, du talud interieur, & du terre-plain du Rempart, on aura 835758 pieds cubiques pour la ſolidité entiere de cette partie du Rempart terminée par une demie courtine & par un demi-baſtion, laquelle eſtant enfin multipliée par le double du nombre des Baſtions, comme icy par 12, on aura 10029096 pieds cubiques, ou 46431 toiſes cubiques pour la ſolidité entiere du Rempart.

Le quarré C P I Q eſt la ſomme de

deux faces égales de deux Pyramides égales jointes enſemble ayant leur ſommet commun au point C, dont la hauteur commune eſt le coſté du quarré, & dont les baſes ſont deux rectangles égaux; dont la largeur eſt le coſté du meſme quarré, & la longueur la hauteur du Rempart. Neanmoins pour avoir un calcul plus aiſé, nous avons pris ce quarré pour la baſe d'une Pyramide, laquelle toutefois n'eſt icy que la moitié de la ſomme des deux Pyramides precedentes. C'eſt pourquoy quand on voudra avoir exactement la ſolidité des deux Pyramides, dont le quarré C I P Q en comprend deux faces, au lieu de l'aire de ce quarré on ſe ſervira de ſon double.

C'eſt de la même façon que l'on meſurera la ſolidité du foſſé d'une fortification, & auſſi celle du Parapet avec ſa Banquette : mais cette ſolidité ſe peut connoiſtre avec bien moins de peine, car ſi on multiplie l'aire du Profil du Parapet avec ſa Banquette par la quantité d'une ligne tirée par le milieu du Plan du Parapet & de la Banquette, on aura la ſolidité du Parapet & de ſa Banquette. C'eſt de cet-

te maniere qu'on trouvera la ſolidité de l'Eſplanade, & auſſi du Rempart avec ſon Parapet & ſa Banquette tout enſemble, lorſque les baſtions ſeront creux. Je ſçay bien que cette methode n'eſt pas tout à fait Geometrique, mais comme elle ne peut pas manquer ſenſiblement, il ſera tres-avantageux de s'en ſervir dans la Pratique.

F I N.

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

TABLE

TRAITE' de la Geometrie Pratique, *page* 1
Des Principes de Geometrie en general, 2
Des Principes de Geometrie en particulier, 4
Probleme I. Tirer par un point donné à une ligne donnée une perpendiculaire, 22
Probleme II. Tirer par un point donné à une ligne donnée une parallele. 25
Probleme III. Diviſer un arc & l'angle qu'il meſure, en deux également, 26
Probleme IV. Diviſer un quart de cercle en ſes 90 degrez, 27
Probleme V. Connoiſtre de combien de degrez eſt un angle propoſé, 29
Probleme VI. Décrire ſur une ligne donnée un triangle équilateral & un quarré, 32
Probleme VII. Décrire un Polygone regulier dans un cercle donné, 33
Probleme VIII. Alentour de deux diametres donnez décrire une ovale commune, 35
Probleme IX. Alentour de deux axes don-

Digitized by Google

nez décrire une ovale Mathematique, 37
Probleme X. Décrire une Parabole ſur un axe donné, 39
Probleme XI. Faire paſſer par trois points donnez une circonference de cercle, 41
Probleme XII. Diviſer une ligne donnée en parties égales, 42
Probleme XIII. Meſurer un angle inacceſſible ſur la terre, 47
Probleme XIV. Meſurer un angle acceſſible ſur la terre, 65
Probleme XV. Faire à un point donné d'une ligne donnée ſur la terre, un angle d'une grandeur donnée, 66
Probleme XVI. Tirer par un point donné à une ligne donnée acceſſible ſur la terre, une parallele, 68
Probleme XVII. Tirer par un point donné à une ligne donnée acceſſible ſur la terre, une parallele, 70
Probleme XVIII. Tirer par un point donné à une ligne donnée acceſſible ſur la terre, une perpendiculaire, 72
Probleme XIX. Tirer par un point donné à une ligne donnée inacceſſible ſur la terre, une parallele, 74
Probleme XX. Prolonger une ligne donnée ſur la terre, lors qu'il y aura quelque
Digitized by Google

empêchement, 75
Probleme XXI. Lever le Plan d'une Place accessible, 77
Probleme XXII. Lever le Plan d'une Place inaccessible, 84
Probleme XXIII. Tracer un Plan sur la terre, 87

PREMIERE PARTIE.

De la Trigonometrie Rectiligne.

Chapitre I. Definitions. 92

CHAPITRE II.

THEOREMES.

Theoreme I. DAns un triangle rectangle, la raison d'un côté à l'autre côté, est égale à celle du Rayon à la Tangente de l'angle opposé à cet autre costé, 97.
Theoreme II. Dans un triangle rectangle, la raison d'un costé à l'hypotenuse, est égale à celle du Rayon à la secante de l'angle adjacent à ce costé, 99
Theoreme III. Dans un triangle, les sinus des angles sont proportionnels à leurs costez opposez, 100
Theoreme IV. Dans un triangle scalene, la somme de deux costez est à leur difference, comme la Tangente de la moi-

Digitized by Google

tié de la ſomme des angles oppoſez à ces deux coſtez, à la Tangente de la moitié de leur difference, 103
Theoreme V. Dans un triangle ſcalene, le plus grand coſté eſt à la ſomme des deux autres, comme leur difference à la difference des Segmens du plus grand coſté, faits par la perpendiculaire, qui tombe du plus grand angle, 106
Theor. VI. On peut avoir deux triangles inégaux, qui auront deux coſtez égaux, chacun au ſien, & un angle égal oppoſé à un même coſté. 109

CHAPITRE III.

Du Calcul des Triangles Rectangles.

Probleme I. Etant connus les deux coſtez, trouver les deux angles aigus, 111
Probleme II. Etant connus les angles & l'un des coſtez, trouver l'autre coſté, 112
Probleme III. Etant connus les angles & un côté, trouver l'hypotenuſe, 114
Probleme IV. Etant connus les angles & un coſté, trouver celuy qu'on voudra des deux coſtez, 115
Probleme V Etant connuë l'hypotenuſe & un coſté, trouver les angles aigus, 116
Probleme VI. Etant connuë l'hypotenuſe & un coſté, trouver l'autre coſté, 117

Digitized by Google

Probleme VII. Etant connus les deux côtez, trouver l'hypotenuse, 120

CHAPITRE IV.

Du Calcul des Triangles Obliquangles.

Probleme I. Etant connus deux costez, & l'angle opposé à l'un des deux trouver l'angle opposé à l'autre, 122

Probleme II. Etant connus les angles & un costé, trouver celuy qu'on voudra des deux autres costez, 123

Probleme III. Etant connus deux costez, & l'angle qu'ils comprennent, trouver les deux angles, 125

Probleme IV. Etant connus deux costez, & l'angle qu'ils comprennent, trouver le troisiéme costé, 127

Probleme V. Etant connus les trois costez, trouver les angles, 128

SECONDE PARTIE.

De la Longimetrie.

Probleme I. MEsurer une ligne Horizontale accessible des deux costez, 135

Probleme II. Mesurer une ligne Horizontale accessible seulement d'un costé, 137

Probleme III. Mesurer d'enhaut une li-

Digitized by Google

gne inacceſſible, 139
Probleme IV. Meſurer de deſſus terre une ligne Horizontale acceſſible, 144
Probleme V. Meſurer une hauteur acceſſible, 150
Probleme VI. Meſurer d'en bas une hauteur inacceſſible, 152
Probleme VII. Meſurer d'enhaut une hauteur inacceſſible, 156
Probleme VIII. Meſurer la hauteur d'une montagne ſur laquelle on eſt ſitué, 158
Probleme IX. Meſurer la hauteur & la largeur d'une montagne, 160
Probleme X. Meſurer la hauteur d'une nuée, 163

TROISIEME PARTIE.

De la Planimetrie.

CHAPITRE I.

THEOREMES.

Theoreme I. SI de la ligne courbe ABC, dont le diametre eſt AD, & la touchante au ſommet eſt AE, parallele à l'ordonnée CD, on forme ſur le diametre AD, la ligne courbe AFG, dont l'ordonnée DG ſoit égale à la partie AI terminée par la touchante cor-

Digitized by Google

respondante C I, & pareillement l'ordonnée L F égale à la partie A H terminée par la touchante correspondante B H, & ainsi des autres, & qu'on tire la droite A C, l'espace A D G F A sera double du Segment A B C A, 170

Theoreme II. Une Parabole est à un parallelogramme de mesme base & de mesme hauteur comme 2 est à 3, 173

Theoreme III. La somme des quantitez infinies en continuelle proportion Arithmetique en commençant depuis 0, est égale à la moitié de la plus grande multipliée par le nombre qui exprime la multitude de toutes ces quantitez, 178

Theoreme IV. La somme des quarrez infinis en continuelle proportion Arithmetique, en commençant depuis 0, est égale à la moitié de la plus grande multipliée par le nombre qui exprime la multitude de ces quarrez, 180

Theoreme V. Un Polygone regulier est la moitié du rectangle sous sa circonference & la perpendiculaire, qui tombe du centre sur le milieu de l'un des costez, 185.

Theoreme VI. Un cercle est la moitié d'un rectangle sous sa circonference & son

Digitized by Google

rayon, 187
Theoreme VII. Le diametre d'un cercle eſt à ſa circonference, environ comme 100 à 314, 188
Theoreme VIII. L'aire d'un cercle eſt au quarré de ſon diametre, comme 785 à 1000, 209
Theoreme IX. Une Ellipſe eſt égale à un cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre les deux axes, 210
Theoreme X. Une Ellipſe eſt au rectangle ſous ſes deux axes, comme 785 à 100, 213.
Theoreme XI. La ſurface d'un cylindre droit eſt égale au rectangle ſous ſa hauteur, & la circonference de ſa baſe, 214
Theoreme XII. La ſurface d'un cone droit eſt la moitié d'un rectangle ſous le côté du cone, & la circonference de ſa baſe, 215
Theoreme XIII. L'aire d'un Trapeze, qui a deux coſtez paralleles, eſt la moitié d'un rectangle ſous la ſomme des deux coſtez paralleles, & la perpendiculaire tirée entre ces deux meſmes coſtez, 216
Theoreme XIV. La ſurface d'un cone droit tronqué eſt la moitié du rectangle ſous ſon coſté, & la ſomme des cir-

conference des deux baſes oppoſées & paralleles, 219
Theoreme XV. Le quarré du diametre d'une Sphere eſt à la ſurface de la même Sphere, comme 100 à 314, 220

CHAPITRE II.

PROBLEMES.

Probleme I. Meſurer un Triangle, 221
Probleme II. Meſurer un Parallelogramme, 226
Probleme III. Meſurer un Trapeze, 230
Probleme IV. Meſurer un Polygone, 233
Probleme V. Meſurer un cercle, 237
Prob. VI. Meſurer un Secteur de cercle, 240
Probleme VII. Meſurer un ſegment de cercle, 241
Probleme VIII. Meſurer une Ellipſe, 244
Probleme IX. Meſurer une Parabole, 245
Probleme X. Meſurer la ſurface d'une ſphere, 246
Probleme XI. Meſurer la ſurface d'un ſegment de ſphere, 247
Probleme XII. Meſurer une Couronne, 251
Probleme XIII. Meſurer la ſurface d'un cylindre droit, 252
Probleme XIV. Meſurer la ſurface d'un

Digitized by Google

cone droit, 253
Probleme XV. Mesurer la surface d'un cone tronqué, 254

QUATRIEME PARTIE.

De la Stereormetrie.

CHAPITRE I.

THEOREMES.

Theoreme I. UNe sphere est le tiers d'un Prisme, dont la base est égale à la surface de la Sphere, & la hauteur au rayon de la mesme Sphere, 259
Theoreme II. Une Sphere est au cube de son diametre, comme 157 à 300, 260
Theoreme III. Un Spheroïde est à une Sphere, dont le diametre est égal à l'axe de circonvolution, comme le quarré de l'autre axe au quarré du même axe de circonvolution, 262
Theoreme IV. Un Spheroïde est au Solide sous l'axe de circonvolution & le quarré de l'autre axe, comme 157 à 300, 265
Theoreme V. Un Paraboloïde est la moitié d'un cylindre de mesme base & de mes-

me hauteur, 266

CHAPITRE II.

PROBLEMES.

Probleme I. Mesurer un Prisme, 268
Probleme II. Mesurer une Pyramide, 270
Probleme III. Mesurer une Pyramide tronquée, 272
Probleme IV. Mesurer une Sphere, 280
Probleme V. Mesurer un Secteur de Sphere, 282
Probleme VI. Mesurer un Segment de Sphere, 284
Probleme VII. Mesurer un Spheroïde, 287
Probleme VIII. Mesurer un Paraboloïde, 288
Probleme IX. Mesurer un Tonneau, 290
Probleme X. Mesurer un Rempart, 294

Fin de la Table.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google